

Ecole Doctorale SMAER

THÈSE DE DOCTORAT

Discipline : Acoustique

présentée par

Yves PENE

Antennerie numérique pour la caractérisation de sources aéroacoustiques en milieu complexe

Soutenue le 17 Juin 2015 à Châtillon devant le jury composé de :

M. Xavier GLOERFELT	ENSAM	rapporteur
M. Julien DE ROSNY	ESPCI	rapporteur
M. Benoit FABRE	UPMC	examineur
M. Vincent FLEURY	ONERA	examineur
M. Anthony LAFITTE	Safran Snecma	examineur
M. Régis MARCHIANO	UPMC	examineur
M. Daniel Ciprian MINCU	ONERA	examineur
M. François OLLIVIER	UPMC	examineur

ONERA

29, avenue de la Division Leclerc
92322 Châtillon

UPMC

Ecole Doctorale de Sciences
Mécaniques, Acoustique,
Électronique & Robotique de Paris
4 place Jussieu
75252 Paris Cedex 05

Remerciements

Je tiens à remercier vivement mes deux directeurs de thèse, Régis Marchiano et François Ollivier, pour leur soutien sans failles, leur compréhension ainsi que leurs nombreuses remarques qui ont permis de faire avancer le projet.

Je souhaiterais exprimer ma gratitude à mes deux encadrants à l'Onera, Vincent Fleury et Daniel-Ciprian Mincu, pour leur énergie, leur bonne humeur et pour l'ensemble des innombrables choses apprises au cours de ces trois années.

Mes remerciements vont également à Xavier Gloerfelt, Julien de Rosny, Benoît Fabre et Anthony Lafitte qui m'ont fait l'honneur de participer au jury de cette thèse.

Je remercie l'Onera qui a financé cette thèse, mais aussi Denis Gely qui m'a accueilli chaleureusement au sein du département aéroacoustique de l'organisme.

Je tiens d'ailleurs à remercier l'ensemble de cette équipe inoubliable, en premier lieu le co-thésard M. Lorteau, générateur de chaos ambulant et source d'interactions non maîtrisées avec votre serviteur (effet "Pene-Lorteau"). L'équipe "traquenard" constituée de Johan, Jun et Iannis, toujours prompt à faire dévier les trajectoires, l'équipe des anciens, Vincent, Marie, Guillaume dont les rituels ancestraux se transmettent désormais de générations en générations. Je remercie également le co-bureau Alain de m'avoir supporté et avec qui il fut toujours agréable d'écouter radio Caroline et autres déluges de saturations. Fernando, que j'espère un jour voir travailler à Woking ou Maranello. Théoriquement expert en caractérisation de sources de bruit, je me dois de remercier les deux plus rayonnantes du service, Virginie '120 dB' Bonneau et Renaud Davy, sans qui certaines journées auraient été bien tristes. Mes honneurs vont également à Serge Lewy, qui, je l'espère, peut désormais s'arrêter au quatrième étage sans l'obstruction des thésards. J'adresse une pensée émue à Laurent.L, maître absolu du contrepét et dont les sujets de discussion font inexorablement croître l'entropie à table. Je remercie également Thomas (le maître des ténèbres), Daniel et Cyril, qui ont toujours su répondre à mes nombreuses questions. Je remercie l'équipe des techniciens ainsi que Jean Bulté, dont les nombreux conseils en mécanique furent essentiels à la survie de mon scooter. Je remercie également le reste de cette sympathique équipe, Franck, Marc, Frédéric, Fabrice, Ingrid, Laurent S., Vincent B., Claude, Sylvette, Willy, Maxime, Gaby, l'autre Yves, Hélène, Sylvette, Jean V, Paul, Sofiane, Tobias et Ghislaine et ceux que j'ai certainement oubliés. J'adresse également une pensée à ma famille et mes amis dont le soutien fut indéfectible. Enfin j'adresse un remerciement spécial à la loutre masquée, dont l'aide et la patience dans les moments

difficiles furent primordiaux.

Table des matières

Introduction	7
1 Formation de voies pour l'imagerie aéroacoustique	13
1.1 Formation de voies	13
1.2 Caractérisation de la formation de voies en milieu complexe	31
1.3 État de l'art des techniques d'estimation de fonctions de Green	36
2 Méthodologie d'estimation numérique de la fonction de Green	43
2.1 Principe	43
2.2 Modèle de propagation acoustique	44
2.3 Problème inverse	45
2.4 Solutions préliminaires	46
2.5 Exemples d'estimations : propagation en présence d'une paroi infinie	49
3 Implémentation et validation du calcul de la fonction de Green	57
3.1 Simulation de la propagation	57
3.2 Régularisation du problème d'estimation de la fonction de Green	60
3.3 Dimensionnement du problème	64
3.4 Imagerie en champ libre	68
3.5 Imagerie en présence d'un écoulement uniforme et d'une paroi infinie. . . .	79
4 Imagerie dans des milieux à géométrie complexe et/ou en écoulement	89
4.1 Présence d'un disque	89
4.2 Présence d'un disque et d'un écoulement	99
4.3 Présence d'une couche de cisaillement	106
4.4 Présence d'une paroi rigide semi infinie	112
Conclusions et perspectives	123
A Annexes	125
A.1 Pouvoir de résolution temporel de la <i>solution mono-source</i>	125
A.2 Validation du calcul de propagation en champ libre 2D par Sabrina-v0. . . .	127
Bibliographie	129

Introduction

Au cours du 20ème siècle, le trafic lié au transport aérien a cru continûment. Afin de poursuivre son essor au 21ème siècle, il est important de réduire l’empreinte acoustique des avions. On estime en effet aujourd’hui qu’un demi-million de riverains de zones aéroportuaires sont gênés par les nuisances sonores en France. Les objectifs européens *Flightpath 2050* visent notamment une réduction de 65% du bruit du transport aérien par rapport au niveau actuel.

Les sources de bruit sur un aéronef sont multiples et complexes, voir Fig. (1). Pendant la phase de décollage, où la poussée est la plus grande, la contribution principale au bruit est due aux moteurs. Les principaux éléments responsables du bruit sur un turboréacteur sont la soufflante, située au niveau de l’entrée d’air, et le jet en sortie de tuyère [1]. À l’atterrissage, les trains d’atterrissages et les dispositifs hyper-sustentateurs, c’est-à-dire les becs et les volets, contribuent grandement au bruit total.

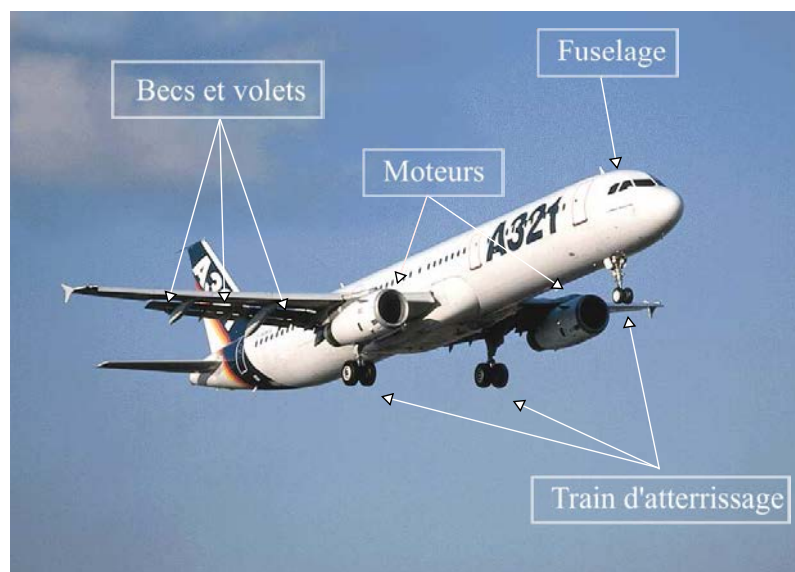


FIGURE 1 – Représentation des principales sources de bruit sur un avion civil équipé d’un turboréacteur.

Afin d’analyser finement l’origine et la nature de ces sources de bruit, il existe un certain nombre de méthodes d’identification acoustique. L’approche la plus élémentaire et la plus ancienne consiste à mesurer le champ acoustique rayonné à l’aide d’un microphone

unique. Ce type de mesures permet d'accéder à des données de base telles que le spectre acoustique de l'ensemble des sources. Ces spectres peuvent par exemple servir de référence pour évaluer des codes de simulation numérique ou des modèles analytiques de bruit, voir Ref. [2].

Au début des années 80, l'holographie en champ proche a été développée [3, 4]. Cette technique est basée sur la mesure du champ de pression à proximité de la source, dans le champ proche acoustique, à l'aide d'un ensemble de capteurs. On mesure ainsi à la fois les ondes propagatives et les ondes évanescentes. La technique permet de reconstruire des informations telles que le champ de pression, le champ de vitesses ou encore l'intensité acoustique à la surface de la source. Cette technique est connue pour être spatialement très résolutive. Toutefois, le positionnement de capteurs à proximité des sources peut présenter des difficultés métrologiques et perturber l'écoulement lors d'essais en soufflerie.

La formation de voies est une autre technique d'identification acoustique, basée elle sur des mesures effectuées avec une antenne de microphones positionnés dans le champ acoustique de la source, en l'absence de modes évanescents donc. La formation de voies a été développée dans les années 70 par Soderman *et al* [5] et Billingsley *et al* [6]. Son principe consiste à compenser les effets de la propagation acoustique, en particulier le retard et l'atténuation des ondes acoustiques, décrits par la fonction de Green entre chaque microphone et chaque point de focalisation situé dans la zone d'intérêt, où l'on cherche à identifier les sources de bruit. Mathématiquement, la fonction de Green est définie comme la solution des équations de propagation pour une source impulsionnelle et omnidirectionnelle située au point de focalisation. Les signaux ainsi corrigés sont ensuite sommés, pour tous les microphones. Le résultat de ces opérations (compensation des effets de propagation et sommation) est appelé formation de voies. Lorsque le point de focalisation choisi est situé à l'endroit d'une source véritable, tous les signaux corrigés représentent le signal de la source et sont parfaitement synchronisés. La somme de ces signaux corrigés est alors constructive. A l'inverse, si le point de focalisation est légèrement décalé par rapport à la position véritable de la source, les signaux sont imparfaitement corrigés du fait de la mauvaise prise en compte du temps de propagation entre les microphones et la source. Leur somme n'est donc pas constructive et conduit à un niveau inférieur. En fait, à mesure que le point de focalisation est éloigné de la source véritable, le niveau de la formation de voies décroît à proximité de la source et présente des lobes secondaires plus loin. Comme nous le verrons par la suite, la largeur du lobe principal autour de la source dépend de la taille de l'antenne de microphones L (plus L est grand, plus le lobe est étroit) et de la longueur d'onde acoustique λ associée à une fréquence d'émission f (plus λ est petit, plus le lobe est étroit). Cette réponse de l'opérateur de formation de voies peut s'avérer particulièrement limitante en aéroacoustique, où les sources étudiées peuvent être multiples, très rapprochées, étendues ou encore de niveaux très différents.

Afin de remédier à ces difficultés, un certain nombre d'auteurs ont proposé des techniques plus sophistiquées dites de déconvolution [7, 8, 9, 10]. Ces techniques reposent sur la résolution d'un problème inverse utilisant là encore la fonction de Green entre les points

de focalisation (ou points sources) et les microphones. Une présentation plus détaillée des méthodes de déconvolution est effectuée au Chapitre I. Ces techniques d'antennerie sont couramment employées pour la caractérisation en soufflerie où en survol de sources de bruit comme les becs ou les volets sur une aile d'avion [11] (voir Fig. (2)), le train d'atterrissage [12], le turboréacteur [13] ou encore un avion complet [14, 15].

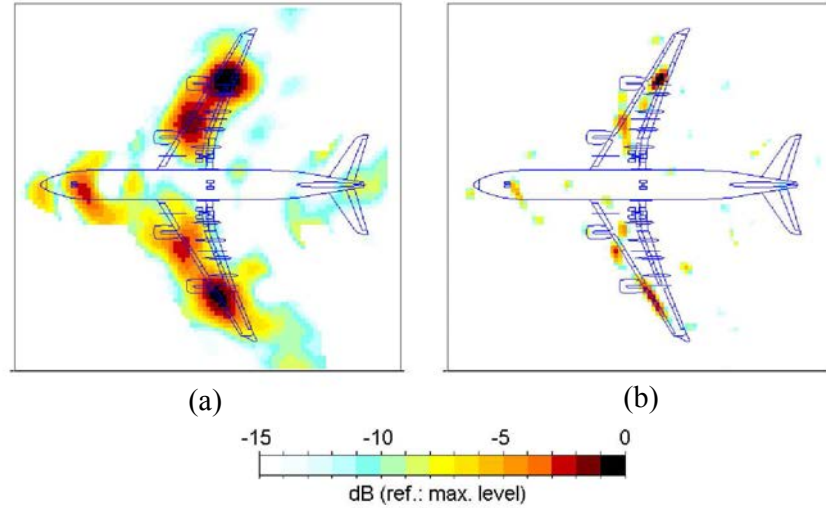


FIGURE 2 – Exemple d'identification de sources de bruit aérodynamique sur un Airbus A340 en phase d'approche par des mesures effectuées en survol [16]. (a) Formation de voies, (b) méthode de déconvolution DAMAS-MS pour les sources en mouvement [17].

La formation de voies et les techniques de déconvolution associées reposent donc sur la fonction de Green entre les points sources et les microphones. Dans des milieux de propagation complexes (milieux confinés, géométries réalistes, écoulements cisailés, *etc.*), la fonction de Green n'est toutefois généralement pas connue. Par ailleurs, plusieurs études ont montré que la prise en compte d'une fonction de Green imparfaite peut conduire à diverses erreurs d'identification des sources. Des problèmes sont par exemple rencontrés dans des souffleries à veine fermée avec des parois rigides. En effet, par souci de simplicité une fonction de Green de type champ libre, c'est-à-dire ne prenant pas en compte la présence des parois, est généralement utilisée. Dans ce cas, Guidaty *et al.* [18, 19], Fleury & Davy [20] ainsi que Sijtsma & Holthuisen [21] ont observé qu'il n'est pas toujours possible de séparer les sources acoustiques à proximité des parois et leurs images virtuelles situées à l'extérieur de la veine, notamment en basse fréquence du fait de la faible résolution spatiale de la formation de voies. De même, dans le cas d'une soufflerie à veine ouverte, c'est-à-dire sans paroi dans la section test, la non prise en compte des effets de réfraction acoustique à la traversée de la zone de cisaillement entre les sources situées dans l'écoulement et les microphones à l'extérieur conduit à un biais sur l'estimation de la position des sources [22, 23]. Pour remédier à ces difficultés, il est donc primordial de pouvoir accéder à une fonction de Green adaptée au milieu de propagation.

Plusieurs stratégies peuvent être envisagées pour déterminer la fonction de Green, notamment analytiquement, expérimentalement et par simulation numérique. Une étude bibliographique détaillée de ces trois approches est présentée Chapitre I. Il apparaît cependant, concernant les approches analytiques, que plus on cherche à reproduire fidèlement le milieu de propagation, plus la complexité du problème d'estimation de la fonction de Green augmente, ce qui réduit l'intérêt des modèles analytiques employés généralement pour leur simplicité. Par ailleurs, il est impossible de pouvoir définir une stratégie basée uniquement sur une approche analytique applicable à l'ensemble des cas rencontrés dans l'industrie. Concernant les approches expérimentales, les moyens métrologiques à mettre en œuvre sont généralement coûteux et imparfaits pour reproduire l'émission acoustique d'une source ponctuelle et omnidirectionnelle afin de mesurer la fonction de Green. Avec les développements constants des calculs numériques (voir Fig. (3)), la détermination de la fonction de Green par simulation numérique semble désormais accessible pour traiter des cas industriels. Afin d'obtenir cette fonction, l'approche directe consistant à réaliser des calculs indépendants avec une source unique en chaque point de focalisation, en effectuant donc autant de calculs que de points, est prohibitive en pratique. Il semble donc nécessaire de développer une stratégie alternative.

L'objectif de cette thèse est de mettre en place une approche efficace pour réduire le coût de simulation d'une fonction de Green afin d'améliorer les techniques de formation de voies et de déconvolution pour l'identification de sources aéroacoustique en milieu complexe.

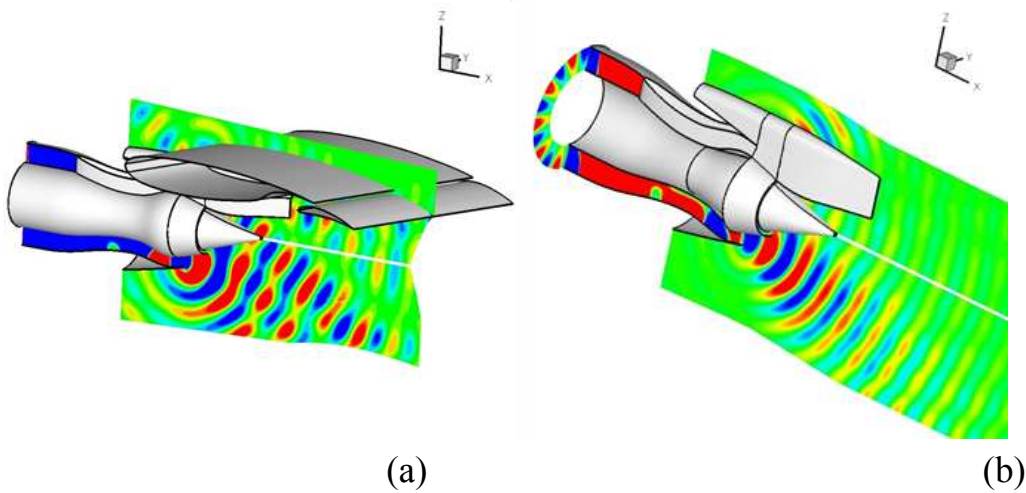


FIGURE 3 – Simulation numérique 3D des effets d'installation pour une tuyère positionnée sous une aile (a), et sous un pylone (b). Représentation du champ de pression fluctuante instantanée obtenu par *sAbrinA_v0* [24].

Le manuscrit de thèse s'articule de la manière suivante. Chapitre I, la formation de voies et une méthode classique de déconvolution, appelée DAMAS [7], sont présentées. Quelques

cas simples de propagation basés sur des signaux analytiques sont ensuite étudiés afin de mettre en évidence l'importance d'utiliser une fonction de Green adaptée au milieu de propagation. Enfin, une revue bibliographique sur les méthodes de caractérisation d'une fonction de Green est effectuée.

Chapitre II, la stratégie permettant d'estimer efficacement la fonction de Green par simulation numérique est exposée. L'approche suivie repose sur une utilisation adéquate d'un code existant de simulation numérique de la propagation acoustique formulé en temporel et en linéaire. L'estimation de la fonction de Green entre chaque point source et chaque microphone est basée sur la résolution d'un problème inverse faisant intervenir les données de la simulation. Les performances théoriques de la stratégie suivie pour reconstruire la fonction de Green sont ensuite exposées et le caractère mal posé du problème inverse est montré sur la base de deux exemples simples.

Chapitre III, le code de simulation de la propagation acoustique utilisé pour cette thèse est présenté. Il s'agit du code *sAbrinA_v0* développé par l'Onera. La stratégie proposée dans le cadre de cette thèse pour estimer des fonctions de Green ne dépend toutefois pas de ce code spécifiquement. Une technique de régularisation est ensuite présentée pour améliorer la résolution de notre problème inverse mal posé. La chaîne complète d'estimation de fonctions de Green et d'identification acoustique par formation de voies et déconvolution est également mise en œuvre pour deux exemples simples connus analytiquement afin de mettre en évidence le rôle des différents paramètres (type de signal source, durée de la simulation *etc.*) en fonction du nombre de points de focalisation désirés.

Chapitre IV, la méthode complète (estimation de la fonction de Green et identification acoustique par formation de voies et déconvolution) est employée pour analyser 4 cas plus complexes :

- cas d'un disque rigide sans écoulement ;
- cas d'un disque rigide avec écoulement ;
- cas d'une couche de cisaillement parallèle ;
- cas d'une demi-paroi infinie sans écoulement.

À ce stade du développement de la présente méthodologie, toutes ces simulations sont effectuées en 2D (et non en 3D) afin de limiter les coûts de calculs de la simulation de la propagation acoustique.

Une conclusion générale et les perspectives de ce travail sont exposées au dernier chapitre.

Chapitre 1

Formation de voies pour l'imagerie aéroacoustique

Ce chapitre est dédié à la présentation des techniques d'antennerie acoustique aussi appelées techniques de formation de voies. Dans un premier temps, on rappelle les bases théoriques et le formalisme de la méthode Sec. 1.1. La deuxième partie, Sec. 1.2, présente deux cas d'applications permettant d'illustrer l'importance de connaître la bonne fonction de Green entre les sources à caractériser et l'antenne de microphones. Enfin, Sec. 1.3 on effectue un bilan des différents travaux effectués pour estimer la fonction de Green en milieu complexe. On se limitera ici aux cas d'applications typiques rencontrés en aéroacoustique.

1.1 Formation de voies

Cette première partie s'attache à rappeler le formalisme et les bases théoriques de la formation de voies. L'objectif de cette technique est l'identification et la séparation des sources acoustiques à partir de signaux enregistrés par une antenne de microphones. L'idée consiste à compenser les retards et l'atténuation liés à la propagation acoustique entre chaque microphone et un point de focalisation, et de sommer les signaux afin d'augmenter la performance de détection des sources. Comme nous le verrons, les retards et l'atténuation acoustique sont donnés par la fonction de Green. Les points de focalisation choisis sont les points d'où la source pourrait émettre. On appellera dans la suite du document l'ensemble de ces points comme la zone de focalisation. Les points pour lesquels l'amplitude du résultat de la focalisation est maximale correspondent aux positions des sources recherchées.

Partant d'un exemple simple de propagation en champ libre, on va établir l'opérateur de formation de voies en temps puis en fréquences, à chaque fois selon deux approches différentes. Une première, classiquement rencontrée, est basée sur la focalisation des signaux microphoniques. Une deuxième, plus générale, se base sur la résolution d'un problème de minimisation entre le signal source potentiel et les signaux microphoniques. Cette approche plus formelle de la formation de voies nous permettra d'introduire plus naturelle-

ment le problème d'estimation de la fonction de Green au chapitre II, c'est pourquoi cet effort de formalisation est présenté à ce stade. Après présentation d'un cas d'application simple, les performances de la technique de formation de voies sont discutées Sec. 1.1.2. Nous verrons notamment que les résultats obtenus correspondent aux sources recherchées convoluées avec la réponse de l'antenne, et que cette convolution pose certaines limites à la formation de voies. Enfin, une technique plus sophistiquée basée sur la résolution d'un problème inverse permettant de déconvoluer la réponse de l'antenne est présentée Sec. 1.1.3.

1.1.1 Principe et formalisme

Modèle acoustique

On cherche tout d'abord à formuler un modèle de la pression acoustique dans le cas simple d'une source monopolaire située en une position inconnue $\mathbf{y}_{i_0} = (y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}, y_{i_0}^{(3)})$ et émettant le signal inconnu $s_{i_0}(t)$ dans un milieu libre (absence de parois), 3D, au repos (pas d'écoulement) et homogène. L'objectif de la formation de voies temporelle est de déterminer \mathbf{y}_{i_0} et de reconstruire $s_{i_0}(t)$. Pour cela, on dispose d'une antenne de N_m microphones positionnés en $\mathbf{x}_n = (x_n^{(1)}, x_n^{(2)}, x_n^{(3)})$ avec n entre 1 et N_m . Enfin, on considère N_s points de focalisation positionnés en $\mathbf{y}_i = (y_i^{(1)}, y_i^{(2)}, y_i^{(3)})$, avec i entre 1 et N_s . À ce stade, on fait l'hypothèse que la source à localiser est située en un de ces points.

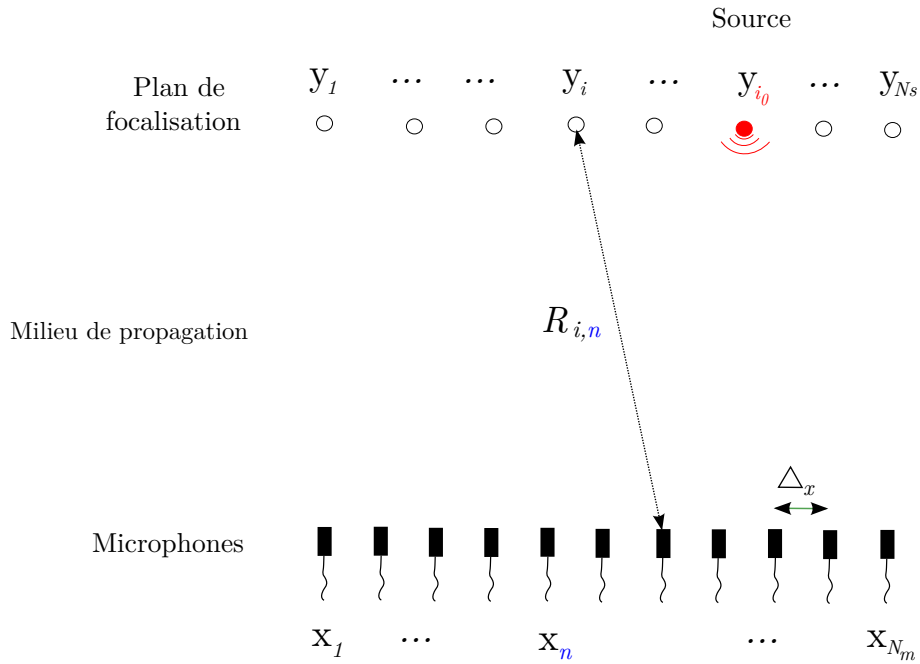


FIGURE 1.1 – Illustration de la problématique de formation de voies : caractérisation d'une source de position inconnue \mathbf{y}_{i_0} par une antenne de N_m microphones.

Par application du théorème de Kirchhoff, le signal $p_n(t)$ reçu par le microphone n po-

sitionné en \mathbf{x}_n , dû à l'émission de la source ponctuelle en \mathbf{y}_{i_0} , est donné par l'équation suivante,

$$p_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} s_{i_0}(t - \tau) g_{i_0,n}(\tau) d\tau = s_{i_0}(t) * g_{i_0,n}(t), \quad (1.1)$$

avec $*$ désignant le produit de convolution¹ et $g_{i_0,n}(t)$ la fonction de Green (ou réponse impulsionnelle) dans le domaine temporel, entre le point \mathbf{y}_{i_0} et le point \mathbf{x}_n . Dans notre cas (milieu libre 3D, au repos et homogène), elle est définie par l'expression suivante [25],

$$g_{i_0,n}(t) = \frac{1}{R_{i_0,n}} \delta \left(t - \frac{R_{i_0,n}}{c} \right), \quad (1.2)$$

avec $R_{i_0,n} = \|\mathbf{y}_{i_0} - \mathbf{x}_n\|$ la distance entre les points \mathbf{y}_{i_0} et \mathbf{x}_n et c la célérité acoustique du milieu.

L'application du modèle défini Eq. (1.1) avec la fonction de Green champ libre Eq. (1.2) conduit à la relation suivante entre le signal microphonique $p_n(t)$ et le signal source $s_{i_0}(t)$,

$$p_n(t) = \frac{1}{R_{i_0,n}} s_{i_0} \left(t - \frac{R_{i_0,n}}{c} \right). \quad (1.3)$$

Le modèle de propagation acoustique étant fixé, on cherche à formuler l'opérateur de formation de voies permettant d'estimer la position \mathbf{y}_{i_0} et de reconstruire signal $s_{i_0}(t)$ de la source, avec comme données d'entrée, l'ensemble des signaux $p_n(t)$.

Formulation usuelle de l'opérateur de formation de voies

L'opérateur de formation de voies peut être formulé de manière équivalente dans le domaine temporel ou fréquentiel. On choisit tout d'abord d'évoquer l'approche temporelle, car plus intuitive. Pour cela, on utilise l'exemple simple présenté ci-dessus Fig. (1.1).

Formulation dans le domaine temporel.

Par le changement de variable $t = t + \frac{R_{i_0,n}}{c}$, Eq. (1.3) devient

$$p_n \left(t + \frac{R_{i_0,n}}{c} \right) = \frac{1}{R_{i_0,n}} s_{i_0}(t). \quad (1.4)$$

En écrivant cette équation multipliée par $1/R_{i_0,n}$ pour chacun des microphones et en sommant l'ensemble des relations obtenues, on reconstruit le signal de la source $s_{i_0}(t)$ tel que

$$s_{i_0}(t) = \frac{\sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{R_{i_0,n}} p_n \left(t + \frac{R_{i_0,n}}{c} \right)}{\sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{R_{i_0,n}^2}}. \quad (1.5)$$

1. $x(t) * y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x(\tau - t) y(\tau) d\tau$

La position de la source \mathbf{y}_{i_0} est cependant inconnue. Pour la déterminer, on définit l'opérateur de formation de voies par extension du modèle défini Eq. (1.5) tel que

$$a(t, i) = \frac{\sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{R_{i,n}} p_n \left(t + \frac{R_{i,n}}{c} \right)}{\sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{R_{i,n}^2}}. \quad (1.6)$$

Les signaux additionnés ne sont parfaitement en phase que si $i = i_0$. Par conséquent, $a(t, i)$ est maximal lorsque \mathbf{y}_i pointe vers la position de la source $\mathbf{y}_i = \mathbf{y}_{i_0}$. Cet opérateur de formation de voies temporel est particulièrement adapté pour l'analyse de sources intermittentes ou encore de sources en mouvement telles que $\mathbf{y}_{i_0} = \mathbf{y}_{i_0}(t)$, voir Refs. [26]-[27].

En pratique, l'axe temporel des signaux de pression est échantillonné par le système d'acquisition et le déphasage $R_{i,n}/c$ appliqué à chacun des signaux $p_n(t)$ n'est pas forcément multiple du pas choisi. Ainsi la construction de l'opérateur temporel de formation de voies nécessite l'usage d'une (coûteuse) interpolation. La partie suivante s'attache à définir la version fréquentielle de l'opérateur construit.

Formulation dans le domaine fréquentiel.

Pour établir l'expression de la formation de voies dans le domaine fréquentiel, il convient d'établir l'expression de la transformée de Fourier (notée aussi TF). Pour un signal quelconque $q(t)$, celle-ci est notée $Q(f)$ et est définie comme suit,

$$Q(f) = \int_{-\infty}^{\infty} q(t) e^{-j2\pi f t} dt = TF[q(t)], \quad (1.7)$$

avec j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$ et f la fréquence considérée. Ainsi, l'application de la transformée de Fourier à l'opérateur de formation de voies défini Eq. (1.6) conduit à

$$A(f, i) = \frac{\sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{R_{i,n}} P_n(f) \exp \left(j2\pi f \frac{R_{i,n}}{c} \right)}{\sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{R_{i,n}^2}}. \quad (1.8)$$

Cette formulation fait apparaître $G_{i,n}(f)$, la transformée de Fourier de la fonction de Green champ libre tridimensionnelle

$$G_{i,n}(f) = \frac{1}{R_{i,n}} \exp \left(-j2\pi f \frac{R_{i,n}}{c} \right). \quad (1.9)$$

En effet, en utilisant Eq. (1.9), l'expression de la formation de voies en fréquentiel Eq. (1.8) devient

$$A(f, i) = \frac{\sum_{n=1}^{N_m} G_{i,n}^*(f) P_n(f)}{\sum_{n=1}^{N_m} |G_{i,n}(f)|^2}. \quad (1.10)$$

Dans le cas de sources aléatoires, on s'intéresse à la puissance moyenne de la source plutôt qu'à son amplitude complexe. La puissance moyenne délivrée par une source correspond à la moyenne (d'ensemble) du carré de son amplitude. En appliquant cette opération de moyennage à Eq. (1.10), on définit l'opérateur $F^{\text{beam}}(f, i)$ suivant qui sera utilisé dans la suite du document,

$$F^{\text{beam}}(f, i) = \overline{|A(f, i)|^2} = \frac{\overline{\left| \sum_{n=1}^{N_m} G_{i,n}^*(f) P_n(f) \right|^2}}{\left(\sum_{n=1}^{N_m} |G_{i,n}(f)|^2 \right)^2} \quad (1.11)$$

$$= \frac{\sum_{n,m=1}^{N_m} G_{i,n}^*(f) \Gamma_{n,m}(f) G_{i,m}(f)}{\left(\sum_{n=1}^{N_m} |G_{i,n}(f)|^2 \right)^2},$$

avec la notation $\overline{}$ désignant la moyenne d'ensemble et $\Gamma_{n,m}(f) = \overline{\hat{P}_n(f) \hat{P}_m^*(f)}$ la matrice interspectrale de microphones [28]. Dans la suite de ce manuscrit dédié à l'estimation des fonctions de Green pour l'imagerie, on notera cet opérateur en fonction de G , la fonction de Green utilisée pour la formation de voies, tel que $F^{\text{beam}}(G)$.

Formulation par minimisation de l'opérateur de formation de voies

Comme évoqué dans l'introduction, on va montrer que la formation de voies peut être formulée de manière équivalente dans le domaine temporel et fréquentiel en résolvant un problème de minimisation. Cette approche plus sophistiquée permettra de nous familiariser avec la technique suivie au chapitre II pour introduire le problème d'estimation de la fonction de Green.

Formulation dans le domaine temporel.

Pour une position de focalisation donnée \mathbf{y}_i , on considère un signal modèle $p_n^{\text{mod}}(t)$ pour le microphone positionné en \mathbf{x}_n . Son expression correspond au modèle analytique défini Eq. (1.1). On cherche ensuite à minimiser l'écart quadratique entre $p_n^{\text{mod}}(t)$ et la mesure $p_n(t)$ en fonction du signal de la source $s_i(t)$. Le problème d'optimisation associé est le suivant

$$s_i(t) = \arg \min_{\tilde{s}_i(t)} R(\tilde{s}_i(t)), \quad (1.12)$$

avec

$$R(\tilde{s}_i(t)) = \|p_n(t) - \tilde{s}_i(t) * g_{i,n}(t)\|_{2,n,t}^2, \quad (1.13)$$

L'indice \sim désigne une solution potentielle parmi l'ensemble des solutions possibles pour $s_i(t)$. La notation $\|\cdot\|_{2,n,t}$ désigne la norme L_2 définie sur l'ensemble des microphones et sur

l'axe du temps telle que $\|h_n(t)\|_{2,n,t} = (\sum_{n=1}^{N_m} \int_t |h_n(t)|^2 dt)^{\frac{1}{2}}$. La solution à ce problème d'optimisation est donnée par la relation suivante [29],

$$\frac{\delta R(s_i(t))}{\delta s_i(\tau)} = 0 \quad (1.14)$$

où la dérivation de la fonctionnelle R est effectuée au sens de la dérivée de Fréchet [30, 31], c'est-à-dire

$$\frac{\delta R(\tilde{s}_i(t))}{\delta \tilde{s}_i(\tau)} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{R(\tilde{s}_i(t) + \varepsilon \delta(t - \tau)) - R(\tilde{s}_i(t))}{\varepsilon}. \quad (1.15)$$

avec

$$\begin{aligned} R(\tilde{s}_i(t) + \varepsilon \delta(t - \tau)) &= \|p_n(t) - \tilde{s}_i(t) * g_{i,n}(t) - \varepsilon g_{i,n}(t - \tau)\|_{2,n,t}^2 \\ &= R(\tilde{s}_i(t)) - 2\varepsilon \langle p_n(t) - \tilde{s}_i(t) * g_{i,n}(t) | g_{i,n}(t - \tau) \rangle_{2,n,t} + O(\varepsilon^2) \end{aligned} \quad (1.16)$$

où $\langle . | . \rangle_{2,n,t}$ est le produit scalaire² associé à la norme $\|.\|_{2,n,t}$. En utilisant Eq. (1.15) et Eq. (1.14), on obtient donc

$$\begin{aligned} \frac{\delta R(s_i)}{\delta s_i(\tau)} &= -2 \sum_{n=1}^{N_m} \int_t p_n(t) g_{i,n}(t - \tau) dt + 2 \sum_{n=1}^{N_m} \int_t g_{i,n}(t - \tau) (s_i(t) * g_{i,n}(t)) dt \\ &= 0 \end{aligned} \quad (1.17)$$

En remplaçant $g_{i,n}(t)$ par la fonction de Green champ libre définie Eq.(1.2), on obtient

$$s_i(t) * g_{i,n}(t) = s_i\left(t - \frac{R_{i,n}}{c}\right)$$

et, d'après Eq. (1.17), on a

$$-\sum_{n=1}^{N_m} \int_t p_n(t) \frac{1}{R_{i,n}} \delta\left(t - \tau - \frac{R_{i,n}}{c}\right) dt + \sum_{n=1}^{N_m} \int_t s_i\left(t - \frac{R_{i,n}}{c}\right) \delta\left(t - \tau - \frac{R_{i,n}}{c}\right) dt = 0. \quad (1.18)$$

Ainsi, il vient

$$-\sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{R_{i,n}} p_n\left(\tau + \frac{R_{i,n}}{c}\right) + \sum_{n=1}^{N_m} s_i(\tau) \frac{1}{R_{i,n}^2} = 0. \quad (1.19)$$

L'équation précédente devient

$$s_i(\tau) = \frac{\sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{R_{i,n}} p_n\left(\tau + \frac{R_{i,n}}{c}\right)}{\sum_{n=1}^{N_m} \frac{1}{R_{i,n}^2}}. \quad (1.20)$$

2. $\langle f(t) | h(t) \rangle_{2,n,t} = \sum_{n=1}^{N_m} \int_t f(t) h(t) dt$

On reconnaît l'opérateur de formation de voies dans le domaine temporel $a(t, i)$ défini Eq.(1.6).

Formulation dans le domaine fréquentiel.

De la même manière, pour une position de focalisation donnée \mathbf{y}_i , on considère la transformée de Fourier du signal du microphone n telle que

$$P_n^{\text{mod}}(f) = S_i(f)G_{i,n}(f). \quad (1.21)$$

On estime $S_i(f)$ en minimisant l'écart entre le modèle $P_n^{\text{mod}}(f)$ et la mesure $P_n(f)$ par rapport à $S_i(f)$, tel que

$$S_i(f) = \arg \min_{\tilde{S}_i(f)} R(\tilde{S}_i(f)), \quad (1.22)$$

avec

$$R(\tilde{S}_i(f)) = \left\| P_n(f) - \tilde{S}_i(f)G_{i,n}(f) \right\|_{2,n}^2, \quad (1.23)$$

La notation $\|\cdot\|_{2,n}$ désigne la norme L_2 définie sur l'ensemble des microphones telle que $\|H_n(f)\|_{2,n} = (\sum_{n=1}^{N_m} |H_n(f)|^2)^{\frac{1}{2}}$. La solution à ce problème d'optimisation est alors donnée par

$$\frac{\partial}{\partial S_i(f)} \left(\|P_n(f) - S_i(f)G_{i,n}(f)\|_{2,n}^2 \right) = 0. \quad (1.24)$$

En développant l'équation précédente on obtient,

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial S_i(f)} \left(\sum_{n=1}^{N_m} |P_n(f)|^2 - \sum_{n=1}^{N_m} P_n(f)S_i^*(f)G_{i,n}^*(f) - \sum_{n=1}^{N_m} P_n^*(f)S_i(f)G_{i,n}(f) \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{N_m} S_i^*(f)G_{i,n}^*(f)S_i(f)G_{i,n}(f) \right) = 0. \end{aligned} \quad (1.25)$$

La fonction $R(S_i(f))$ ne vérifie pas les équations de Cauchy-Riemann, elle n'est donc pas différentiable dans le plan complexe [32]. On considère $S_i(f)$ et $S_i^*(f)$ comme deux variables indépendantes que l'on note $\xi_i(f) = S_i(f)$ et $\zeta_i(f) = S_i^*(f)$ et on pose

$$\begin{aligned} \tilde{R}(\xi_i(f), \zeta_i(f)) = \sum_{n=1}^{N_m} |P_n(f)|^2 - \sum_{n=1}^{N_m} P_n(f)\zeta_i(f)G_{i,n}^*(f) - \sum_{n=1}^{N_m} P_n^*(f)\xi_i(f)G_{i,n}(f) \\ + \sum_{n=1}^{N_m} \zeta_i(f)G_{i,n}^*(f)\xi_i(f)G_{i,n}(f). \end{aligned} \quad (1.26)$$

En remarquant que $R(S_i(f), S_i^*(f)) = \tilde{R}(\xi_i(f), \zeta_i(f))$, l'optimum recherché vérifie l'équation

$$\frac{\partial R(\xi_i(f), \zeta_i(f))}{\partial S_i(f)} = 0. \quad (1.27)$$

Soit :

$$-\sum_{n=1}^{N_m} P_n(f) G_{i,n}^*(f) + \sum_{n=1}^{N_m} G_{i,n}^*(f) \xi_i(f) G_{i,n}(f) = 0. \quad (1.28)$$

On a alors

$$\xi_i(f) = S_i(f) = \frac{\sum_{n=1}^{N_m} P_n(f) G_{i,n}^*(f)}{\sum_{n=1}^{N_m} |G_{i,n}(f)|^2}. \quad (1.29)$$

On reconnaît l'opérateur $A(f, i)$ formulé Eq. (1.10) et en moyennant le carré on peut alors également formuler un équivalent à l'estimateur de puissance $F^{\text{beam}}(f, i)$ défini Eq. (1.11), que l'on peut également noter en fonction de G $F^{\text{beam}}(G)$.

Ainsi, on a montré qu'il est possible d'exprimer de manière équivalente l'opérateur de formation de voies comme solution d'un problème de minimisation. Dans le chapitre suivant, la performance de la formation de voies est illustrée à partir d'un exemple simple.

Exemple de caractérisation d'une source en champ libre par formation de voies

On considère une source harmonique rayonnant en champ libre, ainsi qu'une antenne de 51 microphones. La situation est représentée Fig. (1.2).

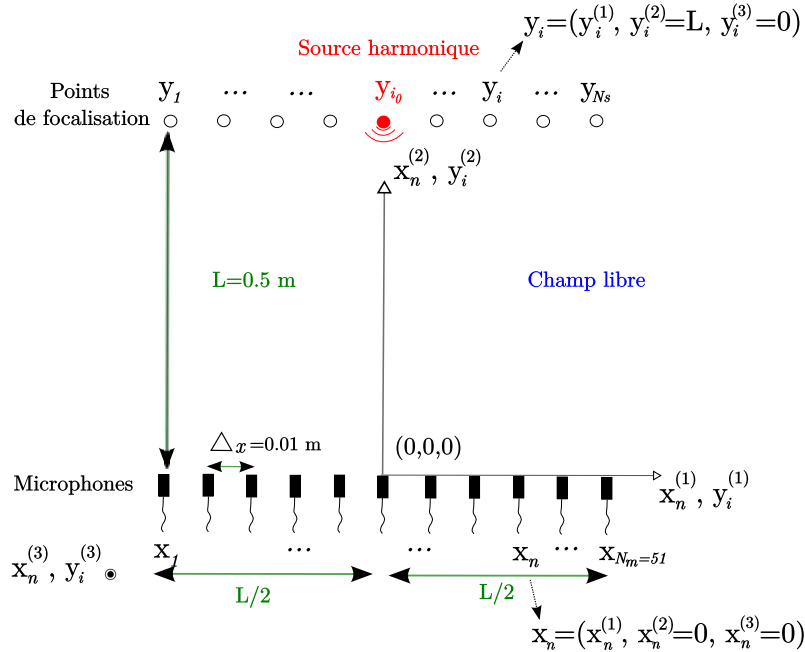


FIGURE 1.2 – Antenne de type linéique avec microphones équidistants pour la caractérisation d'une source ponctuelle harmonique en champ libre.

Les microphones sont espacés de $\Delta_x = 0.01$ m et la longueur totale de l'antenne est $L = 0.5$

m. Son centre est choisi comme origine et la source est placée sur la perpendiculaire à l'antenne passant par cette origine. La distance entre la source et l'antenne est égale à la taille L de l'antenne. On synthétise analytiquement les signaux des N_m microphones à l'aide de la fonction de Green. Pour une source harmonique de niveau RMS 1 Pa^2 et de fréquence f_0 placée en \mathbf{y}_{i_0} , la transformée de Fourier $P_n(f)$ du signal reçu par le microphone n est

$$P_n(f) = G_{i_0,n}(f_0), \quad (1.30)$$

avec $G_{i_0,n}(f)$ la fonction de Green analytique champ libre à trois dimensions dans le domaine fréquentiel définie Eq. (1.9). On forme ensuite la matrice interspectrale de microphones $\Gamma_{n,m}(f) = \overline{P_n(f)P_m^*(f)}$. À partir de de cette matrice $\Gamma_{n,m}(f)$ et de la fonction de Green, et pour une position de focalisation \mathbf{y}_i , on met en œuvre l'opérateur de formation de voies $F^{\text{beam}}(G)$ défini Eq. (1.11). On représente alors Fig. (1.3) les résultats obtenus sur la ligne $y_{i_0}^{(2)}$ de la source pour les fréquences $f_0 = 6000 \text{ Hz}$ et $f_0 = 12000 \text{ Hz}$.

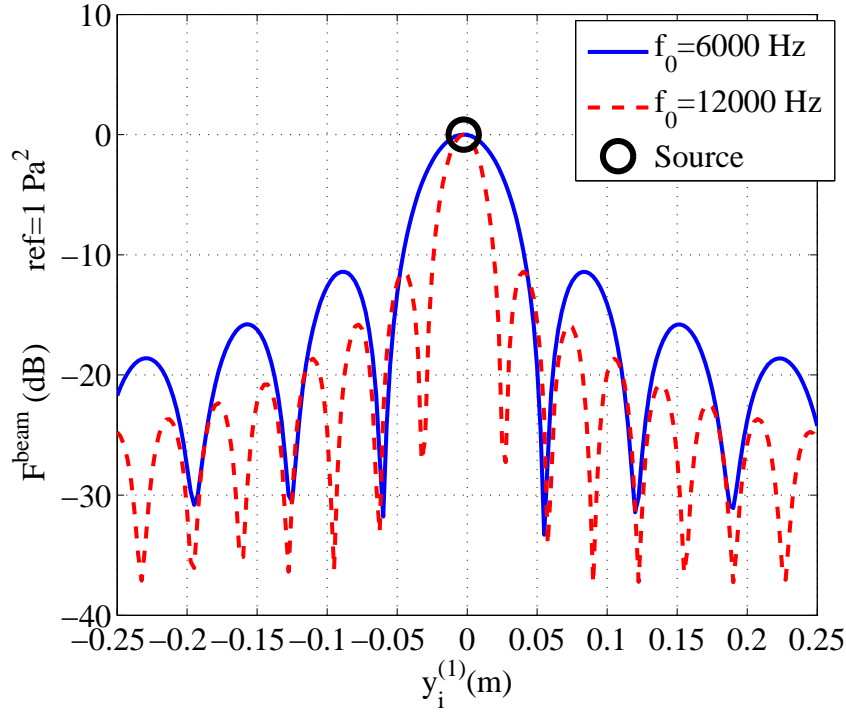


FIGURE 1.3 – Exemple de formation de voies pour la caractérisation d'une source harmonique ponctuelle en champ libre. La focalisation est effectuée sur la ligne $y_i^{(3)} = y_i^{(3)} = 0$ et $y_i^{(2)} = y_{i_0}^{(2)}$ de la source, à $L = 0.5 \text{ m}$ d'une antenne linéique régulière de longueur L .

Le maximum de la réponse de l'opérateur de formation de voies est bien obtenu en $y_i^{(1)} = y_{i_0}^{(1)}$ et son niveau correspond bien au niveau acoustique RMS de la source, soit 1 Pa^2 , la réponse est constituée d'un lobe principal autour du maximum et de lobes secondaires d'amplitudes décroissantes de part et d'autre. On note, que la largeur de ces lobes est fonction de la fréquence d'émission de la source. En particulier, la résolution spatiale augmente (diminution de la largeur du lobe principal), lorsque la fréquence augmente.

1.1.2 Performances de la formation de voies

Dans cette section, on cherche à établir la réponse théorique de l'opérateur de formation de voies à partir d'un exemple simple. On déduit à partir de cette réponse certains critères tels que la résolution angulaire, la résolution spatiale ou encore la dynamique de l'antenne. Cette discussion nous permet notamment de percevoir les limites de la technique.

Réponse théorique de l'opérateur de formation de voies

Il est possible de l'exprimer analytiquement assez simplement dans le cas où la zone de focalisation est en champ lointain géométrique par rapport à l'antenne [28]. On considère donc une source ponctuelle en champ lointain géométrique positionnée en \mathbf{y}_{i_0} ainsi qu'une antenne linéique de N_m microphones espacés régulièrement, d'une longueur totale L . La situation est représentée Fig.(1.4).

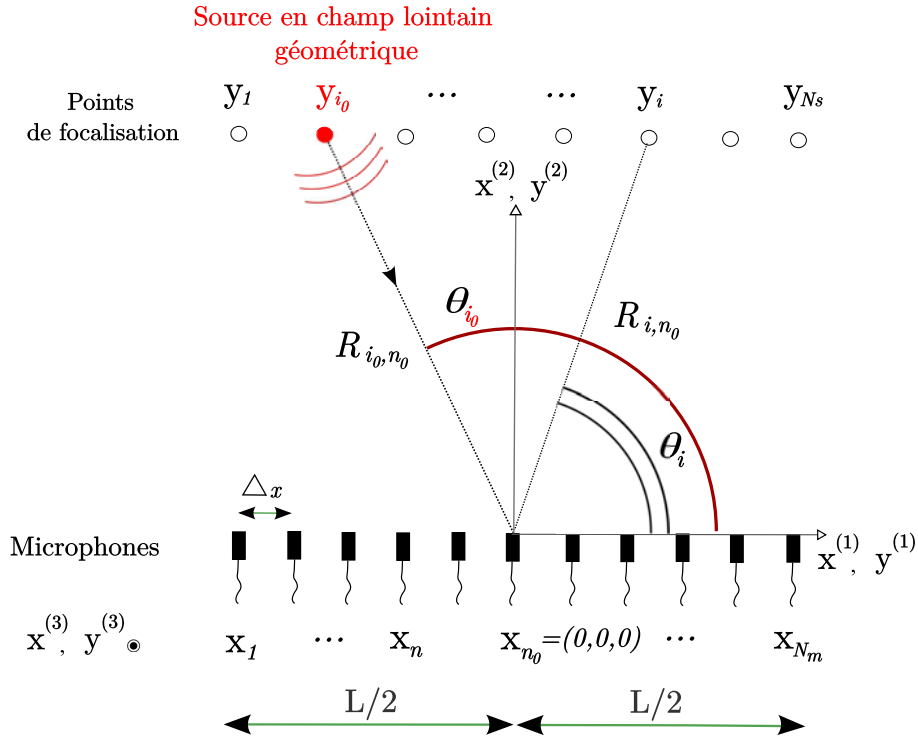


FIGURE 1.4 – Schéma d'une source ponctuelle rayonnant en champ lointain géométrique et d'une antenne linéique régulière avec (microphones équidistants).

L'origine correspond au centre de l'antenne, sa position est notée $\mathbf{x}_{n_0} = 0$. La direction de la source par rapport \mathbf{x}_{n_0} est notée θ_{i_0} . Et enfin, $\Delta x = L / (N_m - 1)$ est le pas spatial entre deux microphones. En utilisant l'approximation de champ lointain géométrique $L/R_{i,n} \ll 1$, la distance $R_{i,n}$ peut s'exprimer

$$R_{i,n} \approx R_{i,n_0} - x_n^{(1)} \cos \theta_i. \quad (1.31)$$

La fonction de Green champ libre en régime fréquentiel (voir Eq. (1.9)) peut alors être approchée par

$$G_{i,n}(f) \approx \frac{1}{R_{i,n_0}} \exp\left(j \frac{2\pi f}{c} R_{i,n_0}\right) \exp\left(-j \frac{2\pi f}{c} x_n^{(1)} \cos \theta_i\right). \quad (1.32)$$

La réponse de l'opérateur de formation de voies dans la direction de focalisation θ_i , pour une source en θ_{i_0} , s'écrit alors

$$F(f, i)^{\text{beam}} \approx \left| \frac{1}{N_m} \sum_{n=1}^{N_m} \exp\left(-j k x_n^{(1)} (\cos \theta_i - \cos \theta_{i_0})\right) \right|^2, \quad (1.33)$$

voir Eq. (1.11). La position du microphone n étant définie sur la ligne $x_n^{(2)} = 0 = x_n^{(3)} = 0$ avec $x_n^{(1)} = -\frac{L}{2} + (n-1)\Delta x$, Eq. (1.33) devient

$$F(f, i)^{\text{beam}} = \left| \frac{\sin(N_m \pi f \frac{\Delta x}{c} (\cos \theta_i - \cos \theta_{i_0}))}{N_m \sin(\pi f \frac{\Delta x}{c} (\cos \theta_i - \cos \theta_{i_0}))} \right|^2. \quad (1.34)$$

Pour simplifier l'expression, on choisit un angle d'incidence $\theta_{i_0} = \pi/2$ correspondant à une source positionnée à la normale de l'antenne, ainsi Eq. (1.34) devient

$$F(f, i)^{\text{beam}} \approx \left| \frac{\sin(N_m \pi f \frac{\Delta x}{c} \cos \theta_i)}{N_m \sin(\pi f \frac{\Delta x}{c} \cos \theta_i)} \right|^2. \quad (1.35)$$

À titre d'illustration, on représente Fig.(1.5) la réponse théorique obtenue pour $N_m = 51$ microphones, une fréquence d'émission de la source harmonique $f_0 = 6000$ Hz, un pas spatial $\Delta x = 0.01$ m et un rapport entre le pas spatial et la longueur d'onde acoustique $\lambda = c/f$ tel que $\Delta x/\lambda = 0.15$.

Les résultats obtenus sont similaires à ceux obtenus pour le premier exemple. Pour résumer, on obtient un lobe principal autour de l'angle $\theta_{i_0} = \pi/2$ ainsi que des lobes secondaires de niveaux inférieurs de part et d'autre.

Résolution angulaire et spatiale

En pratique, lorsque comme ici, la formation de voies est utilisée dans le but d'estimer une direction d'émission de sources acoustiques, on définit la résolution angulaire de l'antenne comme étant la largeur à -3 dB du lobe principal. En choisissant $L \gg \lambda$, l'analyse de Eq. (1.35) fournit alors le critère $\Delta\theta_{3\text{dB}}$ suivant [28] :

$$\Delta\theta_{3\text{dB}} = 0.9 \frac{\lambda}{L \sin \theta_{i_0}}. \quad (1.36)$$

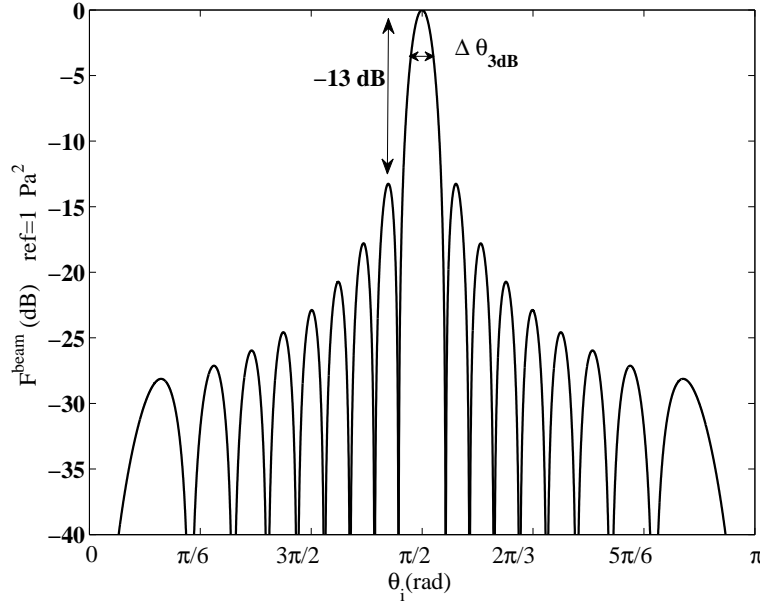


FIGURE 1.5 – Réponse théorique de l'opérateur de formation de voies pour une source ayant pour direction d'arrivée $\theta_{i_0} = \pi/2$, une fréquence d'émission de la source harmonique $f_0 = 6000$ Hz, une largeur d'antenne $L = 0.5$ m et un pas spatial entre les microphones $\Delta x = 0.01$ m.

À partir de l'approximation angulaire Eq. (1.36), on peut définir la résolution spatiale Δy_{3dB} (en mètre) telle que

$$\Delta y_{3dB} = R_{i_0, n_0} \Delta \theta_{3dB} = 0.9 R_{i_0, n_0} \frac{\lambda}{L \sin \theta_{i_0}}. \quad (1.37)$$

Dynamique

Le niveau des lobes secondaires a aussi son importance dans la qualité d'estimation de la source. Si une deuxième source, de plus faible niveau est située dans la direction d'un des lobes secondaires, elle sera potentiellement masquée par la réponse correspondant à la première source. En pratique, on définit la dynamique de l'antenne comme étant le rapport entre le niveau du lobe principal, et le niveau du premier lobe secondaire. En analysant Eq. (1.35) pour $L \gg \lambda$, on montre que ce rapport vaut approximativement 13 dB [28].

Repliement spatial

Dans certains cas, il peut exister plusieurs lobes principaux tels que $F^{\text{beam}}(f, i) = F^{\text{beam}}(f, i_0)$ avec $i \neq i_0$. On parle alors de repliement spatial. Un exemple plus haut en fréquence permet d'illustrer ce phénomène. La situation est identique à celle du cas précédent à l'exception de la fréquence d'émission de la source qui est $f_0 = 40000$ Hz. La réponse théorique obtenue est tracée Fig. (1.6). Pour comparaison, la réponse obtenue précédemment pour $f_0 = 6000$ Hz est superposée.

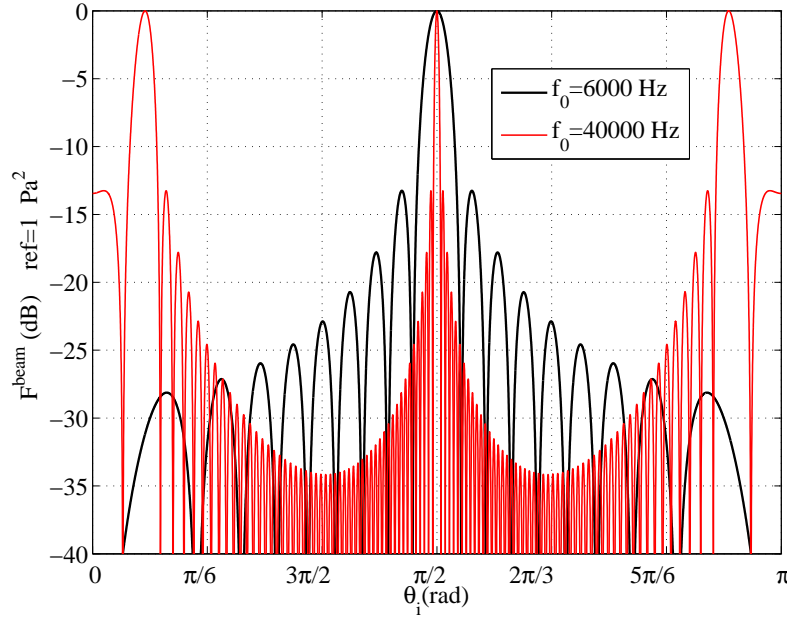


FIGURE 1.6 – Réponse théorique de l'opérateur de formation de voies pour une source ayant pour direction d'arrivée $\theta_{i_0} = \pi/2$, avec une largeur d'antenne $L = 0.5$ m et un pas spatial entre les microphones $\Delta_x = 0.01$ m.

La courbe observée pour $f_0 = 40000$ Hz présente trois lobes principaux de niveaux identiques. Ces trois lobes correspondent aux directions d'arrivées $\theta_i \approx \pi/12$, $\theta_i = \theta_{i_0} = \pi/2$ et $\theta_i \approx 11\pi/12$ rad. Il y a donc ambiguïté sur la direction de la source. Ceci provient de la périodicité de la réponse de l'opérateur de formation de voies établie Eq. (1.34). Cette fonction possède un maximum en $\theta_i = \theta_{i_0}$ mais également pour tout angle θ_i tels que :

$$N_m \pi f \frac{\Delta_x}{c} (\cos \theta_i - \cos \theta_{i_0}) = k N_m \pi, \quad (1.38)$$

avec k un entier quelconque. En identifiant notamment la longueur d'onde acoustique $\lambda = c/f$, cette condition se réécrit plus simplement

$$\cos \theta_i = \cos \theta_{i_0} + \frac{k\lambda}{\Delta_x}. \quad (1.39)$$

Ce phénomène peut être évité si $|\cos \theta_{i_0} + \frac{k\lambda}{\Delta_x}| > 1$. Cette condition est satisfaite si l'on choisit Δ_x tel que

$$\Delta_x < \frac{\lambda}{2}. \quad (1.40)$$

Ce critère peut être assimilé au critère de Shannon dans le domaine spatial [28, 33]. De manière analogue à l'échantillonnage temporel, il importe alors de choisir un pas spatial au moins deux fois plus petit que la longueur d'onde acoustique de la source.

Dans cette partie, on a caractérisé les performances de la formation de voies en champ libre pour le cas d'une antenne linéique régulière. En pratique, ce sont principalement des antennes surfaciques qui sont utilisées en aéroacoustique. Elles présentent l'avantage, par

rapport aux antennes linéiques, de posséder un pouvoir de focalisation dans deux dimensions de l'espace. Par extension, il est possible de définir des critères de performances similaires à ceux établis dans les paragraphes précédents. Certains auteurs proposent également d'utiliser des antennes à géométries non régulières [34, 35, 36, 37, 38]. Ce type d'antenne permet notamment d'améliorer la dynamique et de réduire le nombre total de microphones nécessaire. Pour plus de détails concernant la technique et notamment l'utilisation d'antennes surfaciques, le lecteur pourra se référer aux Refs. [22, 28, 39].

Pour améliorer les performances, il peut aussi être envisagé une approche plus sophistiquée que la formation de voies, en utilisant un modèle acoustique constitué de plusieurs sources et non plus d'une seule comme pour la formation de voies. À l'instar de la formation de voies, le niveau de l'ensemble de ces sources est obtenue par minimisation de la différence entre les mesures et le modèle acoustique. Grâce à ce modèle plus complet, la résolution spatiale de la formation de voies est améliorée et les lobes secondaires sont réduits. On parle alors de déconvolution de la réponse d'antenne. Le principe de cette approche est présenté dans la partie suivante.

1.1.3 Amélioration des performances par déconvolution, présentation de la technique DAMAS

Dans cette section, on présente le problème résolu par la plus répandue des techniques de déconvolution pour l'aéroacoustique, la technique DAMAS (Deconvolution Algorithm for the Mapping of Acoustic Sources) [7]. La technique est ensuite mise en œuvre pour le cas de la source en champ libre qui a été traité par formation de voies en Sec. 1.1.1.

Présentation du modèle dans le domaine fréquentiel

On considère ici chaque microphone recevant la contribution d'une distribution de N_s sources acoustiques comprises sur une ligne. La situation est représentée Fig. (1.7). Contrairement à la formation de voies classique, on suppose que tous les points de focalisation sont des sources acoustiques qui émettent simultanément.

Ainsi, la transformée de Fourier du signal reçu par le microphone n est définie par le modèle suivant :

$$P_n^{mod}(f) = \sum_{i=1}^{N_s} S_i(f) G_{i,n}(f). \quad (1.41)$$

On cherche alors à estimer conjointement l'ensemble des $S_i(f)$ pour une fréquence f donnée. Le problème d'optimisation associé est le suivant

$$\mathbf{S} = \arg \min_{\tilde{\mathbf{S}}} R(\tilde{\mathbf{S}}), \quad (1.42)$$

avec

$$R(\tilde{\mathbf{S}}) = \left\| P_n(f) - \sum_{i=1}^{N_s} \tilde{S}_i(f) G_{i,n}(f) \right\|_{2,n}^2. \quad (1.43)$$

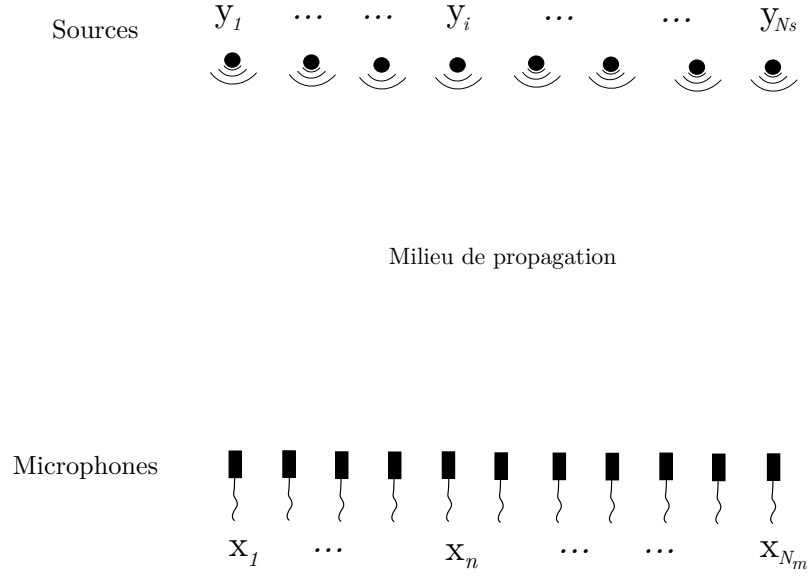


FIGURE 1.7 – Discrétisation du problème pour la technique DAMAS.

Le vecteur \mathbf{S} de taille $N_s \times 1$ est constitué des composantes $S_i(f)$ avec $\mathbf{S} = [S_1(f), S_2(f), \dots, S_i(f), \dots, S_{N_s}(f)]^+$ ou l'exposant $+$ désigne la transposée conjuguée. La solution à ce problème d'optimisation est donnée par \mathbf{S} annulant le gradient du résidu $R(\tilde{\mathbf{S}})$

$$\frac{\partial R(\mathbf{S})}{\partial S_j(f)} = 0, \quad \forall j. \quad (1.44)$$

En développant l'équation précédente, on a

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial S_j(f)} \left(\sum_{n=1}^{N_m} |P_n|^2 - \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_s} G_{i,n}^*(f) S_i^*(f) P_n(f) - \sum_{n=1}^{N_m} P_n^*(f) \sum_{i=1}^{N_s} S_i(f) G_{i,n}(f) \right. \\ \left. + \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{i'=1}^{N_s} G_{i',n}^*(f) S_{i',n}^*(f) \sum_{i=1}^{N_s} S_{i,n}(f) G_{i,n}(f) \right) = 0. \end{aligned} \quad (1.45)$$

La fonction $R(\mathbf{S})$ ne vérifie pas les équations de Cauchy-Riemann, elle n'est donc pas différentiable dans le plan complexe. Comme au paragraphe 1.1.1, on considère donc

$$\begin{aligned} \tilde{R}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\zeta}) &= \sum_{n=1}^{N_m} |P_n|^2 - \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_s} G_{i,n}^*(f) \zeta_i(f) P_n(f) \\ &- \sum_{n=1}^{N_m} P_n^*(f) \sum_{i=1}^{N_s} \xi_i(f) G_{i,n}(f) + \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{i'=1}^{N_s} G_{i',n}^*(f) \zeta_{i'}(f) \sum_{i=1}^{N_s} \xi_i(f) G_{i,n}(f) = 0. \end{aligned} \quad (1.46)$$

En remarquant que $\tilde{R}(\boldsymbol{\xi} = \mathbf{S}, \boldsymbol{\zeta} = \mathbf{S}^*)$, Eq. (1.44) implique que l'optimum recherché vérifie

$$\frac{\partial \tilde{R}(\boldsymbol{\xi}, \boldsymbol{\zeta})}{\partial \zeta_j(f)} = 0, \quad \forall j. \quad (1.47)$$

Soit

$$- \sum_{n=1}^{N_m} G_{j,n}^*(f) P_n(f) + \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_s} G_{j,n}^*(f) G_{i,n}(f) \xi_i(f) = 0. \quad (1.48)$$

En reportant $S_i(f)$ dans l'équation précédente, et en considérant les équations obtenues pour tout j , on aboutit alors au problème matriciel suivant :

$$\mathbf{G}^+ \mathbf{P} = \mathbf{G}^+ \mathbf{G} \mathbf{S} \quad (1.49)$$

où \mathbf{G} est la matrice $N_m \times N_s$ et \mathbf{P} le vecteur $N_m \times 1$ définis par

$$\begin{cases} \mathbf{G}_{n,i} &= G_{i,n}(f), \\ \mathbf{P}_n &= P_n(f). \end{cases} \quad (1.50)$$

Comme évoqué au début du chapitre, on s'intéresse, dans le cas de sources aléatoires comme rencontrées en aéroacoustique, à la puissance moyenne $\overline{|S_i(f)|^2}$ des sources plutôt que leur amplitude complexe $S_i(f)$. Ainsi en moyennant l'amplitude au carré de Eq. (1.49), il vient

$$\overline{(\mathbf{G}^+ \mathbf{P})(\mathbf{G}^+ \mathbf{P})^+} = \overline{(\mathbf{G}^+ \mathbf{G} \mathbf{S})(\mathbf{G}^+ \mathbf{G} \mathbf{S})^+}. \quad (1.51)$$

Cette équation peut s'écrire plus simplement sous la forme suivante

$$\mathbf{G}^+ \mathbf{T} \mathbf{G} = \mathbf{G}^+ \mathbf{G} \overline{\mathbf{S} \mathbf{S}^+} \mathbf{G} \mathbf{G}^+. \quad (1.52)$$

La composante (i, j) de la matrice $\overline{\mathbf{S} \mathbf{S}^+}$ est définie par $\overline{S_i(f) S_j^*(f)}$. On fait ici l'hypothèse que toutes les sources sont statistiquement indépendantes. Ainsi $\overline{S_i(f) S_j^*(f)} = \overline{|S_i(f)|^2} \delta_{i,j}$. L'équation (1.52) peut alors s'écrire sous la forme d'un système matriciel plus simple tel que

$$\mathbf{H} \boldsymbol{\alpha} = \mathbf{B}, \quad (1.53)$$

avec $\boldsymbol{\alpha}$ le vecteur de taille $N_s \times 1$ ou $\alpha_j = \overline{|S_j(f)|^2}$, \mathbf{B} le vecteur $N_s \times 1$ et \mathbf{H} la matrice $N_s \times N_s$ définis pour chaque fréquence f par

$$\begin{cases} B_i &= \sum_{n,m=1}^{N_m} G_{i,n}^*(f) \overline{P_n(f) P_m^*(f)} G_{i,m}(f), \\ H_{i,j} &= \left| \sum_{n=1}^{N_m} G_{i,n}^*(f) G_{j,n}(f) \right|^2. \end{cases} \quad (1.54)$$

Connaissant \mathbf{B} et \mathbf{H} , on cherche à déterminer $\boldsymbol{\alpha}$. On peut remarquer que \mathbf{B} correspond à la version non normalisée de l'opérateur de formation de voies défini par Eq. (1.11) et \mathbf{H} peut être vu comme la réponse de l'antenne. En d'autres termes, on cherche à déconvoluer le vecteur source de la réponse de l'antenne. L'inversion directe ou la pseudo inversion de la matrice \mathbf{H} pour l'estimation de $\boldsymbol{\alpha}$ conduit généralement à une solution $\boldsymbol{\alpha}$ imparfaite [40, 41, 42]. Ceci est dû au mauvais conditionnement de la matrice \mathbf{H} dans la plupart des cas d'études en aéroacoustique [7]. C'est ce qu'on appelle un problème mal posé.

Il est possible d'améliorer le conditionnement du problème en imposant une contrainte de positivité sur les composantes de $\boldsymbol{\alpha}$. Cette contrainte est physique car $\boldsymbol{\alpha}$ est le vecteur dont les composantes sont les moyennes des amplitudes aux carrés des sources. Ainsi,

on réduit l'espace des solutions possibles et on garantit une solution plus physique. Pour résoudre ce problème, Brooks et Humphreys proposent un algorithme itératif relativement simple appelé DAMAS, voir Ref. [7]. La contrainte de positivité est assurée de la manière suivante : à chaque itération, toutes les composantes α_i estimées négatives sont imposées nulles.

Il existe également d'autres approches permettant d'améliorer les performances de la formation de voies. On citera notamment la méthode SEM (Spectral Estimation Method) [8]. Celle-ci consiste à minimiser l'écart entre un modèle et une mesure de la matrice interspectrale $\mathbf{\Gamma}$. Le modèle utilisé pour cette matrice fait également l'hypothèse d'une discrétisation du plan de focalisation en un ensemble de sources dont on cherche à estimer l'amplitude. Ici, la contrainte de positivité apparaît explicitement dans la formulation du problème à résoudre en posant $\alpha_j = \beta_j^2$ et en minimisant le résidu par rapport à β_j .

Plus récemment, pour améliorer le conditionnement du problème d'identification, il a été proposé d'introduire une contrainte de parcimonie ou de régularité sur la distribution des sources selon certains *a priori* que l'on peut avoir sur la solution cherchée [43].

On peut également citer l'approche itérative Clean SC [44]. Elle est basée sur une mesure de la cohérence spatiale de la réponse obtenue par formation de voies. Le principe consiste à supprimer de manière itérative les différents lobes secondaires corrélés avec les différents lobes principaux de la carte de formation de voies.

En pratique, il n'existe pas de technique réellement plus performantes que les autres, chacune présentant des avantages et des inconvénients selon la situation étudiée et le but recherché. Pour plus de détails, le lecteur pourra se reporter à des comparaisons exhaustives des différentes techniques existantes concernant les méthodes dites de déconvolution, voir Refs. [45] [46].

Dans la suite du document, on choisira de résoudre le problème lié à la méthode DAMAS par l'algorithme de Van Cittert [47]. Cet algorithme possède les mêmes propriétés que celui proposé par les auteurs de DAMAS, mais est relativement plus simple à implémenter. Pour une fonction de Green dans domaine fréquentiel G , on notera alors $F^{\text{damas}}(G)$ le résultat obtenu selon cette technique.

Exemple de caractérisation d'une source en champ libre par la technique DAMAS

Dans cette partie, on met en œuvre la méthode DAMAS pour le cas du champ libre précédemment traité par formation de voies (sec 1.1.1). Le vecteur \mathbf{b} et la matrice \mathbf{H} sont calculés à partir de $\mathbf{\Gamma}$ et de la fonction de Green champ libre définie Eq. (1.9). La solution $F^{\text{damas}}(G)$ est ensuite calculée comme expliqué précédemment.

La méthode DAMAS étant un processus itératif, on doit s'assurer de la convergence de la solution estimée. Plus précisément, le critère utilisé est la norme L_2 de la solution calculée notée $\|F^{\text{damas}}(G)\|_2$. Pour les fréquences d'émission $f_0 = 6000$ Hz et $f_0 = 12000$ Hz, la solution converge au bout d'approximativement 8000 itérations. Les résultats ainsi obtenus sont tracés Fig. (1.8). Par souci de lisibilité, les composantes à moins de -20 dB

du niveau de la source attendue, c'est-à-dire 0 dB (ref = 1 Pa²), sont représentées à ce seuil.

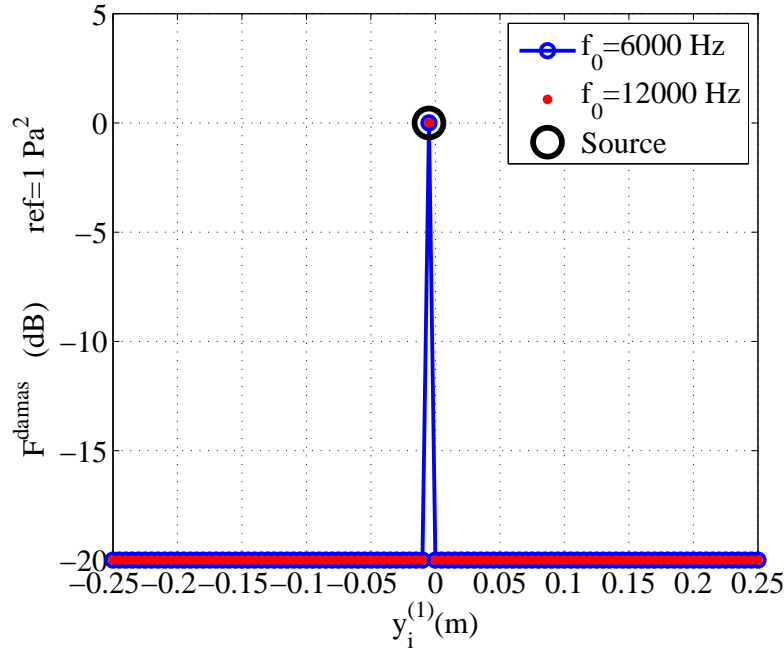


FIGURE 1.8 – Exemple de distribution de sources obtenue par la méthode DAMAS pour la caractérisation d'une source harmonique ponctuelle placée en champ libre en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}, y_{i_0}^{(3)}) = (-0.004, L, 0)$ m .

Pour les deux fréquences considérées, la solution F^{damas} présente une forme très différente de celle calculée par formation de voies. Les différents lobes sont fortement réduits et on obtient un seul et unique pic dont le niveau et la position correspondent à ceux de la source attendue.

Dans cette partie, on a présenté l'opérateur de formation de voies en temps et en fréquence, par deux approches, l'une basée sur l'analyse des retards de propagation, et l'autre basée sur la minimisation du résidu entre la mesure sur l'antenne et un modèle acoustique faisant intervenir la fonction de Green.

Afin d'illustrer les performances de la méthode de formation de voies, elle a été appliquée au cas simple de la localisation d'une source en champ libre. On a ensuite cherché à caractériser de manière théorique ses performances. La réponse typiquement obtenue avec la technique correspond à la réponse de l'antenne, constituée d'un lobe principal et de lobes secondaires.

La largeur du lobe principal limite la résolution spatiale de la méthode, et le niveau des lobes secondaires sa dynamique. Ces limites sont particulièrement problématiques en aéroacoustique, où l'on rencontre fréquemment des sources étendues ou multiples de dynamiques très différentes.

On a ensuite présenté la technique DAMAS dont l'objectif est s'affranchir de ces li-

mitations. Elle consiste à déconvoluer la réponse de l'antenne au moyen d'un modèle de sources multiples *via* la résolution d'un problème inverse. Son utilisation a ensuite été illustrée par un exemple simple d'application.

On s'intéresse alors à une autre difficulté de l'identification acoustique liée à l'approximation de la fonction de Green. En effet, la formation de voies est classiquement utilisée avec la formulation champ libre de la fonction de Green, donnée Eq. (1.9). Or, en aéroacoustique, la méthode est souvent employée dans des configurations où le milieu de propagation est assez différent du champ libre, notamment en présence de géométries et d'écoulements complexes.

1.2 Caractérisation de la formation de voies en milieu complexe

Dans cette partie, on présente deux exemples pour illustrer l'importance d'utiliser une fonction de Green adaptée au milieu de propagation.

1.2.1 Caractérisation d'une source située à proximité d'une paroi infinie

On considère dans cet exemple une source monopolaire harmonique de fréquence $f_0 = 6000$ Hz et de niveau RMS 1 Pa^2 . Celle-ci est située à proximité d'une paroi infinie perpendiculaire à l'antenne. La situation et les différentes dimensions caractéristiques sont représentées Fig. (1.9). Les transformées de Fourier des signaux microphoniques sont synthétisées analytiquement avec la fonction de Green obtenue par la méthode des sources images [48] dans le domaine fréquentiel. Pour une source et un microphone situés respectivement en \mathbf{y}_i avec $i = i_0$ et \mathbf{x}_n , cette fonction de Green est définie par la relation suivante :

$$G_{i,n}(f) = \frac{1}{R_{i,n}} \exp\left(-j2\pi \frac{R_{i,n}}{c}\right) + \frac{1}{R'_{i,n}} \exp\left(-j2\pi \frac{R'_{i,n}}{c}\right), \quad (1.55)$$

avec $R'_{i,n}$ la distance entre la source image de i , en la position symétrique de i par rapport à la paroi infinie, et le microphone. On forme alors la matrice interspectrale de microphones Γ à partir des spectres synthétisés $P_n(f) = G_{i_0,n}$. On met ensuite en œuvre l'opérateur de formation de voies $F^{\text{beam}}(G)$ défini Eq. (1.11), avec G la fonction de Green analytique prenant en compte la paroi infinie donnée Eq. (1.55). On forme également $F^{\text{beam}}(G^{\text{cl}})$, avec G^{cl} la fonction de Green champ libre dans le domaine fréquentiel définie par Eq. (1.9). Les résultats obtenus sont tracés Fig. (1.10).

Avec la fonction de Green analytique exacte G , la position et le niveau de la source sont correctement estimés. La courbe tracée présente une forme différente de celle calculée dans cas du champ libre traité en Sec. 1.1.1. Lorsque cette fois, on utilise la fonction de Green champ libre G^{cl} , la position du maximum est décalée de 0.03 m vers paroi. Le niveau de ce maximum est supérieur de 0.5 dB du niveau attendu. On remarque également un

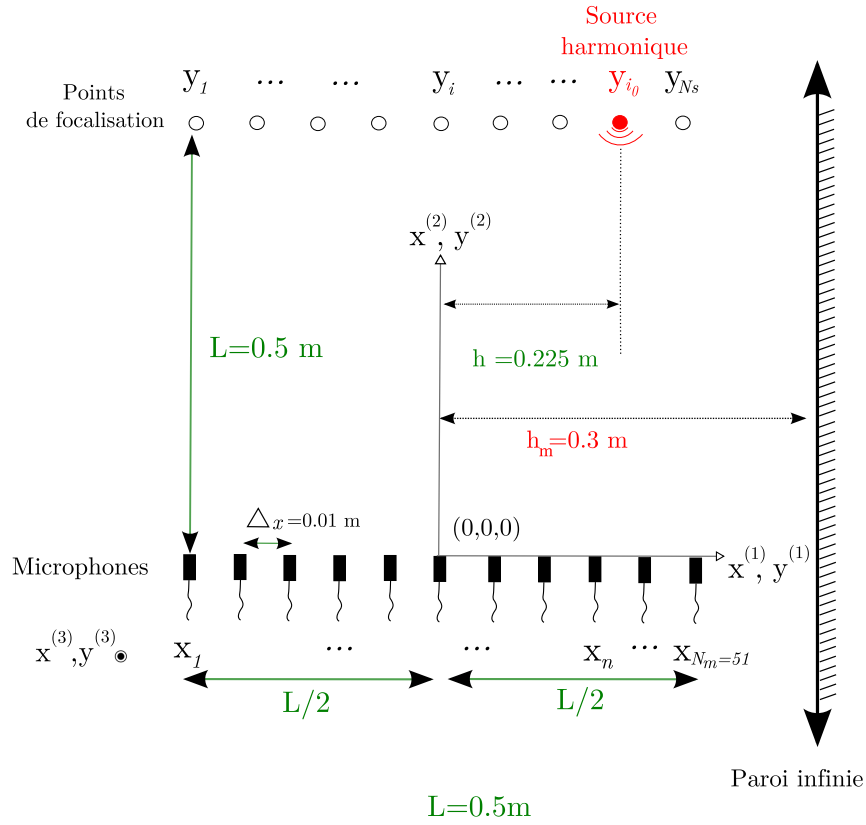


FIGURE 1.9 – Schéma de la configuration avec une source acoustique à proximité d'une paroi infinie.

élargissement du lobe principal par rapport au résultat obtenu avec G .

La même comparaison est effectuée avec la méthode DAMAS. La solution au problème défini Eq. (1.53), avec G la fonction de Green analytique prenant en compte la présence de la paroi est notée $F^{\text{damas}}(G)$. La convergence est atteinte pour approximativement 8000 itérations. De la même manière, on note $F^{\text{damas}}(G^{\text{cl}})$ la solution obtenue avec la fonction de Green champ libre. La convergence de la solution nécessite cette fois 12000 itérations. On trace Fig. (1.11) les résultats obtenus.

$F^{\text{damas}}(G)$ présente un seul et unique pic à la position de la source, son niveau correspond au niveau attendu. Avec G^{cl} , la réponse calculée présente plusieurs pics dans la zone de la source. Le pic de niveau maximal est décalé de 0.02 m par rapport à la position de la source. Le niveau de ce pic et le niveau correspondant à l'intégration de l'ensemble des pics sont respectivement inférieurs de 2.5 et 0.4 dB par rapport niveau attendu.

1.2.2 Caractérisation d'une source en écoulement uniforme

Pour ce cas, on considère également une source ponctuelle harmonique de fréquence $f_0 = 6000$ Hz et de niveau RMS 1 Pa^2 . On introduit dans ce deuxième cas un écoulement uniforme ($M = 0.2$) parallèle à l'antenne dans la direction $x^{(1)}, y^{(1)}$ positive. La situation est représentée Fig. (1.12).

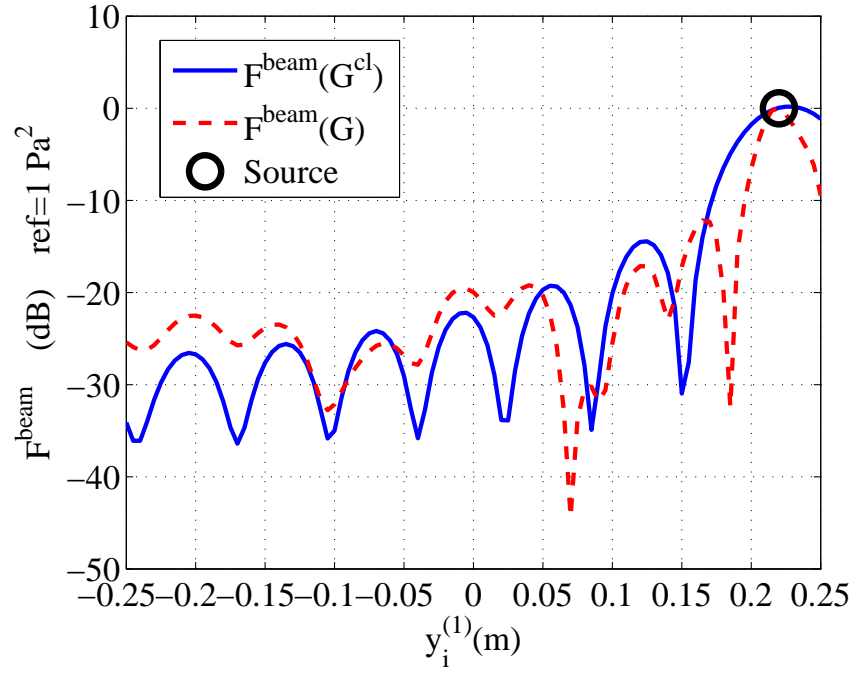


FIGURE 1.10 – Comparaison des résultats obtenus par formation de voies avec fonction de Green champ libre G^{cl} et fonction de Green adaptée au milieu de propagation G pour la caractérisation d'une source harmonique de fréquence $f_0 = 6000$ Hz positionnée à proximité d'une paroi infinie.

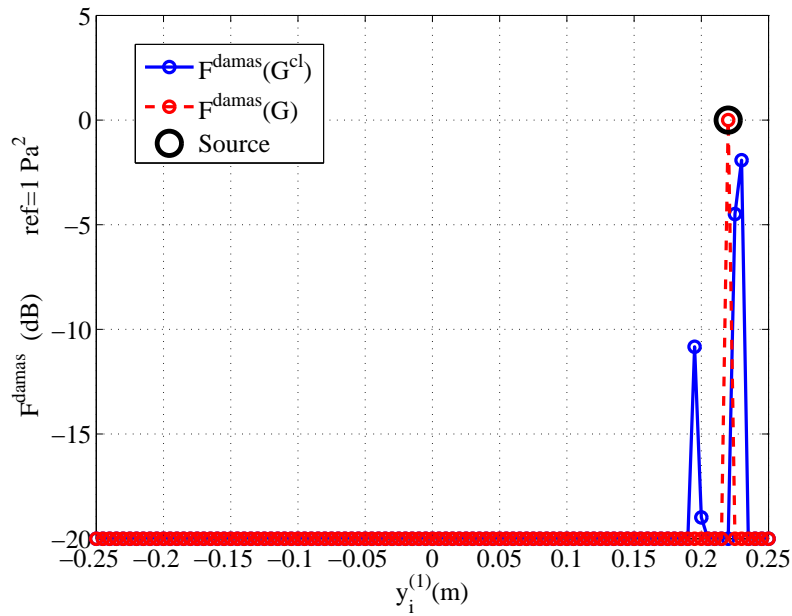


FIGURE 1.11 – Comparaison des résultats obtenus par DAMAS avec fonction de Green champ libre G^{cl} et fonction de Green adaptée au milieu de propagation G , pour la caractérisation d'une source harmonique de fréquence $f_0 = 6000$ Hz positionnée à proximité d'une paroi infinie.

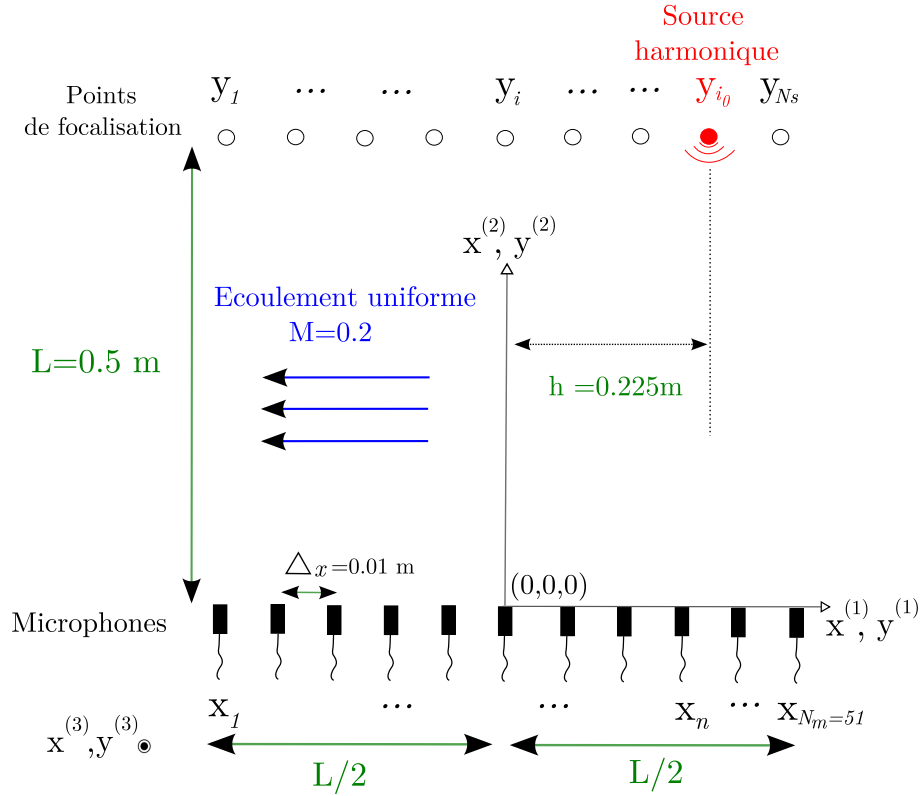


FIGURE 1.12 – Schéma de la configuration avec une source acoustique positionnée en écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.2$.

La fonction de Green adaptée à ce cas est la fonction de Green champ libre convectée,

$$G_{i,n}(f) = \frac{1}{R_{i,n}^{\text{ec}}} \exp \left(\frac{j2\pi}{c\beta^2} \left(R_{i,n}^{\text{ec}} - M \left(x_n^{(1)} - y_i^{(1)} \right) \right) \right), \quad (1.56)$$

avec

$$R_{i,n}^{\text{ec}} = \left(x_n^{(1)} - y_i^{(1)} \right)^2 + \beta^2 \left(x_n^{(2)} - y_i^{(2)} \right)^2 + \beta^2 \left(x_n^{(3)} - y_i^{(3)} \right)^2 \quad (1.57)$$

et $\beta^2 = 1 - M^2$. Comme précédemment, cette fonction est utilisée pour la synthèse des spectres des signaux microphoniques $P_n(f) = G_{i_0,n}(f_0)$. Après avoir ensuite formé la matrice interspectrale de microphones, on met en œuvre l'opérateur de formation de voies $F^{\text{beam}}(G)$ avec cette même fonction de Green. À titre de comparaison, on forme également $F^{\text{beam}}(G^{\text{cl}})$, opérateur de formation de voies avec la fonction de Green champ libre sans écoulement G^{cl} . Les deux estimations sont tracées Fig. (1.13).

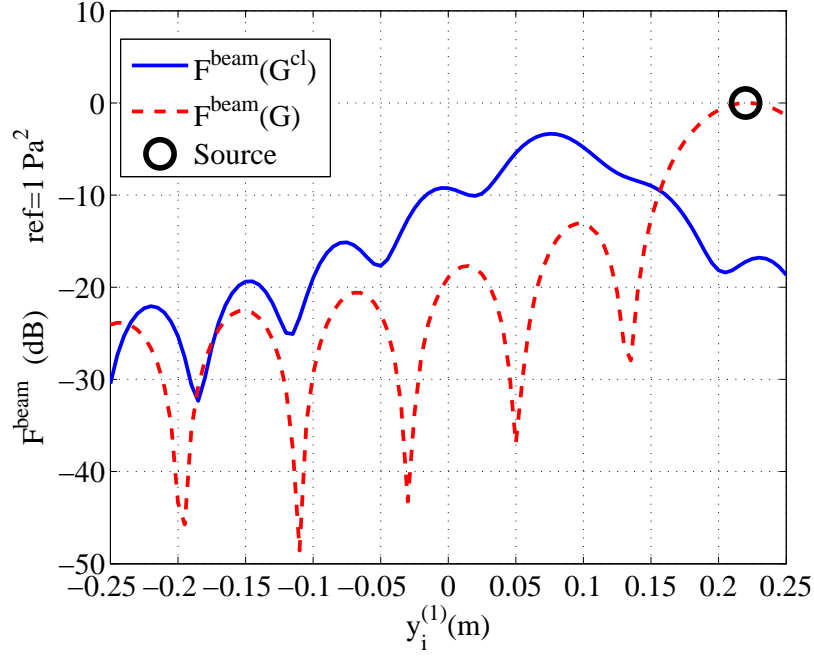


FIGURE 1.13 – Comparaison des résultats obtenus par formation de voies avec fonction de Green champ libre sans écoulement G^{cl} et fonction de Green adaptée au milieu de propagation G pour la caractérisation d’une source harmonique de fréquence $f_0 = 6000$ en présence d’un écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.2$

Comme pour le cas précédent, l’utilisation de la fonction de Green G adaptée au milieu de propagation permet de localiser et déterminer le niveau de la source de manière exacte. Avec G^{cl} , la position du maximum obtenu est décalée d’approximativement 0.15 m dans la direction de l’écoulement. Le niveau de ce maximum est inférieur de 3 dB par rapport niveau de la source. On note également que le niveau des premiers lobes secondaires n’est inférieur que de 5 dB par rapport niveau du lobe principal.

On effectue alors la même comparaison avec la méthode DAMAS. Les convergences de $F^{damas}(G)$ et $F^{damas}(G^{cl})$ sont respectivement atteintes au bout approximativement 8000 et 15000 itérations. On trace Fig. (1.14) les résultats obtenus.

Avec la fonction de Green prenant en compte l’écoulement, la solution obtenue présente un seul et unique pic. Sa position et son niveau sont ceux de la source. Lorsqu’on utilise la fonction de Green champ libre sans écoulement, 8 pics sont estimés. De manière analogue aux résultats obtenus par formation de voies avec G^{cl} , le pic présentant le niveau maximal est positionné 0.15 m à gauche dans la direction de l’écoulement, et son niveau est inférieur de 6 dB par rapport au niveau de la source. L’ensemble des pics se situe dans une région de 0.25 m autour de ce maximum, et l’intégration de l’ensemble des pics conduit à un niveau de -3.8 dB au lieu de 0 dB comme attendu.

Ces deux exemples nous permettent d’illustrer simplement l’importance de prendre en compte une fonction de Green G adaptée au milieu de propagation. L’utilisation d’une fonction non adaptée conduit à des biais d’estimation du niveau et de la position de la

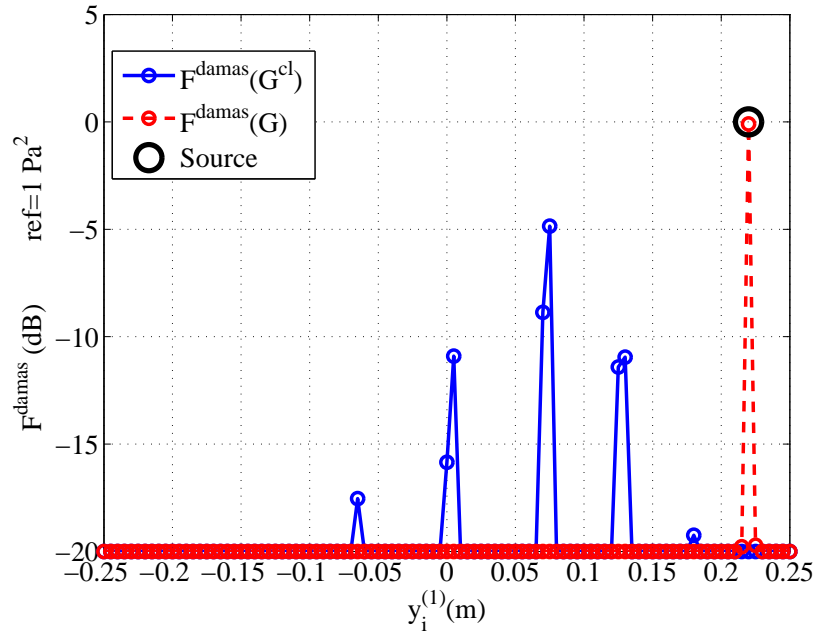


FIGURE 1.14 – Comparaison des résultats obtenus par DAMAS avec fonction de Green champ libre sans écoulement G^{cl} et fonction de Green adaptée au milieu de propagation G pour la caractérisation d'une source harmonique de fréquence $f_0 = 6000$ Hz en présence d'un écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.2$.

source. Dans la partie suivante, on présente la bibliographie concernant les approches analytiques, expérimentales et numériques, pour déterminer les fonctions de Green dans des cas complexes. On entend ici par complexes, les cas pour lesquels le calcul de la fonction de Green n'est pas trivial.

1.3 État de l'art des techniques d'estimation de fonctions de Green

Comme nous venons de l'illustrer, une condition nécessaire à l'utilisation de la formation de voies est la connaissance d'un modèle de fonction de Green relativement proche de la situation considérée. On n'évoquera ici que des cas potentiellement intéressants pour l'application de la formation de voies à l'aéroacoustique. On distingue les méthodes analytiques, relevant du calcul formel, les méthodes expérimentales, basées sur la mesure, et enfin les simulations fondées sur la résolution numérique de systèmes d'équations différentielles (Euler, Navier-Stokes).

1.3.1 Méthodes analytiques

Avec le développement du radar durant la première moitié du 20^{ème} siècle, de nombreux auteurs proposent des formulations analytiques de fonctions de Green pour l'électromagnétique en présence d'objets divers. L'analogie entre l'électromagnétisme et

l'acoustique étant forte, ces solutions sont ensuite appliquées avec succès pour le calcul de la propagation du son. Une grande partie des travaux de cette époque sont synthétisés dans l'ouvrage de Bowman [49]. On y trouve notamment les calculs de fonction de Green en présence d'une sphère, d'une paroi infinie et semi-infinie, d'un cylindre rigide, d'une ellipse, ou encore d'un cône. Ces cas étant relativement particuliers, ils n'ont pas souvent été mis en œuvre dans le cadre de la formation de voies.

Par exemple, dans le cas d'une soufflerie à section rectangulaire, la fonction de Green peut être déduite des travaux théoriques de Allen [48] basés sur la méthode des sources images, en ajoutant toutefois l'effet d'un écoulement subsonique et uniforme (pour lequel la fonction de Green est connue). La présence de parois partiellement traitées acoustiquement peut également être introduite dans ce modèle. De nombreux auteurs se sont aussi intéressés à la propagation en présence d'écoulements in-homogènes. Lilley [50] a présenté une solution analytique à la propagation dans un écoulement unidirectionnel cisailé. À la même époque, Amiet [51] a proposé un modèle de correction, permettant de prendre en compte les effets d'une couche de cisaillement infiniment mince sur la propagation. Ce modèle est similaire au modèle réflexion/réfraction de l'optique géométrique. Plus facile à mettre en œuvre que la solution de Lilley, il est largement utilisé par la communauté de l'aéroacoustique pour corriger les effets de propagation à travers la couche de mélange d'une soufflerie à veine ouverte. Les effets de propagation dues à une couche de cisaillement dans ce type d'installation sont schématisés Fig. (1.15). Taylor [52] a proposé

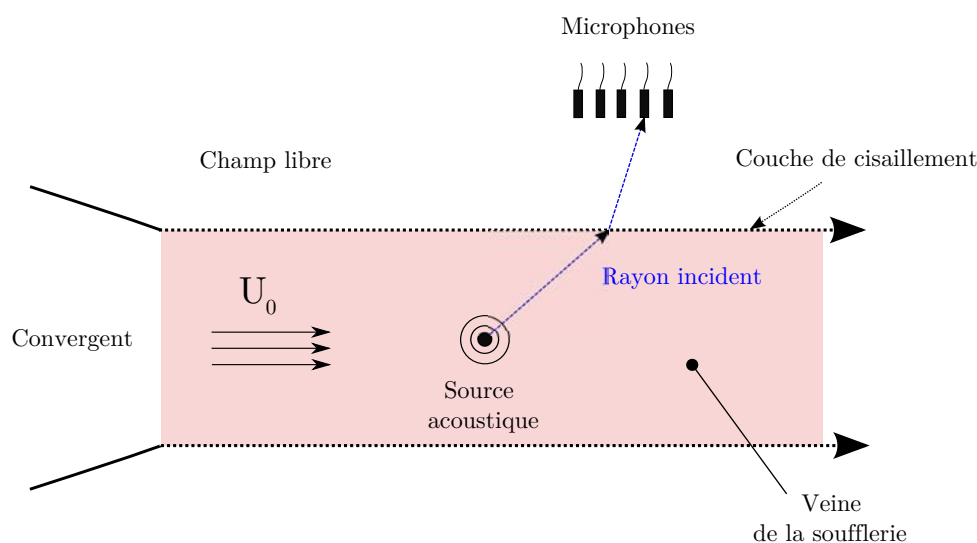


FIGURE 1.15 – Schématisation des effets de propagation dus à la présence d'une couche de cisaillement entre une source et des microphones positionnés dans une soufflerie à veine ouverte.

une méthode analytique permettant de calculer la propagation en présence d'écoulement potentiel à faible nombre de Mach. Cette méthode est basée sur une transformation en temps des équations d'Euler permettant de découpler l'écoulement moyen et le calcul du champ acoustique. Par la suite, Myers [53] a montré comment, avec cette méthode, prendre

en compte la présence de réflecteurs dans le champ de propagation. L'approche est par exemple mise en œuvre par Awargal *et al.*, pour calculer la propagation autour d'une aile et en présence d'un écoulement potentiel. Casalino *et al* ont ensuite complexifié et appliqué la technique au cas du conduit annulaire avec écoulement potentiel [54].

Le cas de la propagation en conduit pose de nombreux problèmes. Ce cas est notamment rencontré lorsqu'on cherche à calculer la propagation acoustique dans les turbomachines. On peut tout d'abord citer les travaux de Goldstein [55], qui, à partir des équations de Ffowcs-Williams et Hawkings, propose une formulation analytique de la fonction de Green en conduit annulaire et en présence d'écoulement uniforme. Rienstra étend ensuite l'approche au cas plus réaliste du conduit annulaire tronqué en écoulement uniforme [56]. Plus récemment, le même auteur a formulé la solution analytique dans un conduit annulaire tronqué dont le rayon varie légèrement et en présence d'un écoulement uniforme [57]. Il a ensuite intégré au modèle la présence d'un matériau absorbant sur les parois du conduit [58]. On peut également évoquer les travaux de Sijtsma qui propose une formulation analytique dans un conduit annulaire avec absorbant et présence d'un écoulement cisailé [59]. Ce type de solution a ensuite été utilisé pour la formation de voies en prenant en compte une source en mouvement (un rotor) [60]. Enfin des travaux assez similaires ont été effectués par Dougherty *et al* sans la prise en compte de l'écoulement cisailé [61]. Les différentes formulations analytiques de la fonction de Green connues et leurs références correspondantes sont présentées dans Tab. 1.1.

Cas de propagation	Référence(s)
Champ libre 1D, 2D, 3D	[25]
Conduit rectangulaire 2D, 3D	[25]
Présence d'une paroi infinie 1D, 2D, 3D	[48]
Présence d'un cylindre rigide 2D, 3D	[62]
Présence d'une ellipse rigide 2D	[63]
Présence d'une paroi semi infinie 2D et 3D	[64]
Présence d'une paroi semi infinie 2D et 3D	[65]
Présence d'une sphère 3D	[66]
Ecoulement uniforme 2D, 3D	[55]
Présence d'une couche de cisaillement 2D, 3D	[51]
Présence d'une géométrie connue (fct de Green connue) et d'un écoulement potentiel 2D, 3D à faible nombre de Mach	[53]
Cond. cylindrique ou annulaire, avec et sans écoulement	[55]
Cond. cylindrique ou annulaire tronqué avec et sans absorbant, avec et sans écoulement	[56] [57] [59]

TABLE 1.1 – Tableau récapitulatif des différentes formulations analytiques existantes de la fonction de Green pour l'aéroacoustique.

1.3.2 Méthodes expérimentales

Les méthodes analytiques permettent de déterminer la fonction de Green dans des situations très variées. Cependant, pour un certain nombre de cas d'application de la formation de voies en aéroacoustique, il n'existe pas de solution. Prenons l'exemple de la formation de voies mise en œuvre dans une soufflerie à veine ouverte avec une antenne de microphones située à l'extérieur de l'écoulement. On considère que la source à caractériser est positionnée à l'intérieur d'une nacelle de turboréacteur simplifiée (conduit cylindrique), elle même positionnée au sein de l'écoulement. Une coupe 2D de la situation est schématisée Fig. (1.16).

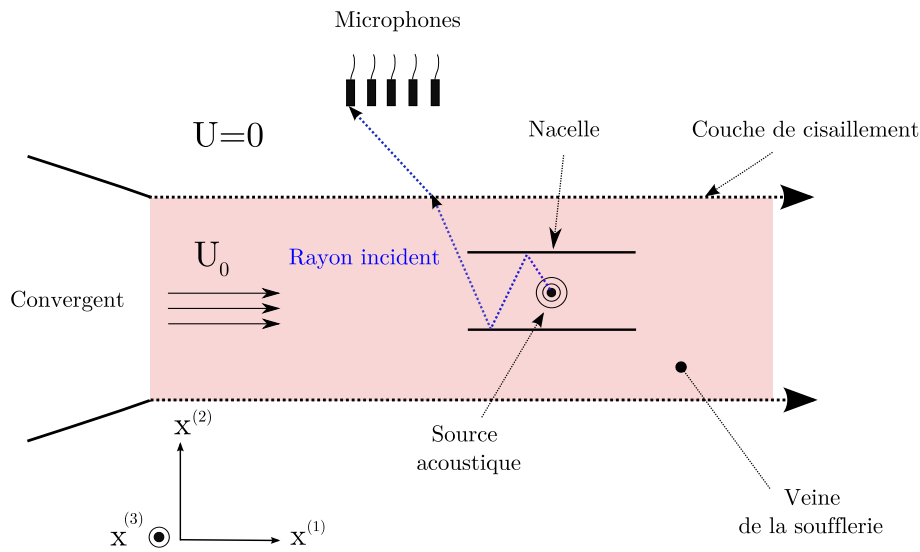


FIGURE 1.16 – Schéma en deux dimensions illustrant les effets de propagation entre une source acoustique située à l'intérieur d'une nacelle de turboréacteur simplifiée (conduit cylindrique), et une antenne de microphones située hors écoulement.

Il n'existe alors pas de modèle analytique capable de prendre en compte simultanément la présence de la couche de mélange et de la géométrie de la nacelle. Plus généralement ce problème est rencontré lorsqu'on cherche à caractériser de manière non intrusive des sources de bruit situées au sein de géométries plus ou moins complexes. Ainsi certains auteurs ont proposé de mesurer directement la fonction de Green, ceci au moyen de sources calibrées et de microphones. Malbéqui et *al* [67] ont proposé au début des années 90 de mesurer la fonction de Green en présence d'un gradient de vitesse et d'un écran dans une soufflerie. La mesure est effectuée à partir d'une source électroacoustique (type haut-parleur) et de microphones. L'objectif est de mesurer les effets de réfraction et de diffusion acoustique dus à l'écoulement sur la fonction de Green. Koop et *al* [68], ont proposé de prendre en compte les effets d'une couche de cisaillement, mesurés de manière similaire, pour la mise en œuvre de la formation de voies. La méthode consiste à utiliser une source

électroacoustique large bande placée dans l'écoulement et à enregistrer à l'aide d'une antenne de microphones le champ acoustique reçu. La mesure est également effectuée sans écoulement. Le déphasage des signaux microphoniques entre les deux situations est ensuite mesuré et pris en compte dans la fonction de Green entre la zone source et les microphones. La formation de voies est ensuite mise en œuvre pour localiser des sources acoustiques dans l'écoulement autour de la position de la source électroacoustique de référence. Les résultats obtenus sont prometteurs, mais la technique ne permet finalement de prendre en compte qu'un effet de retard dû à l'écoulement, de plus la source utilisée n'est pas omnidirectionnelle. Plus récemment, une étude similaire a été effectuée par Kroeber et al [69] à partir d'une source large bande. Mery et al [70] proposent l'utilisation d'une source impulsionnelle à arc électrique, afin de mesurer les échos (assimilables à la fonction de Green dans le domaine temporel) dus aux parois dans une soufflerie à veine fermée. Cette mesure est ici utilisée pour la validation d'une méthode de dé-reverberation et n'a pas été mise en œuvre pour la formation de voies. Cette source présente l'avantage d'être omnidirectionnel et large-bande, mais les mesures peuvent être potentiellement perturbées par le dispositif support.

D'autres auteurs ont tenté de mesurer la fonction de Green expérimentalement au moyen d'une source laser [71]. Le principe de cette source est de focaliser un rayon laser durant un très court instant pour chauffer localement un faible volume d'air jusqu'à ionisation. Cette ionisation engendre un plasma qui s'étend rapidement dans toutes les directions. Le plasma génère alors une source acoustique impulsionnelle et omnidirectionnelle particulièrement adaptée à l'estimation de la fonction de Green. De plus, elle peut être mise en œuvre de manière non intrusive, c'est à dire sans modifier les caractéristiques du milieu de propagation. Les fonctions de Green mesurées n'ont cependant pas été encore été utilisées pour la formation de voies, le but des auteurs étant pour l'instant de comparer les résultats obtenus avec ceux calculés à partir d'un code BEM. Il apparaît également qu'il semble difficile de maîtriser la position exacte de l'émission acoustique, ce qui pose des problèmes d'incertitudes sur les mesures effectuées.

1.3.3 Méthodes numériques

Dans cette dernière partie sont évoquées les méthodes mises en œuvre pour estimer la fonction de Green à partir de simulation numérique. Avec l'essor récent des codes de simulation acoustique et des différents moyens de calcul, certains auteurs ont tenté d'estimer la fonction de Green à partir d'un calcul numérique de la propagation. Ces codes permettent en effet de prendre compte simultanément un écoulement complexe et des géométries quelconques. Ainsi, Kornow [72] propose d'estimer la fonction de Green en présence d'une couche de cisaillement. Un calcul RANS (Reynolds-averaged Navier–Stokes equations) est effectué afin de générer un champ de vitesses moyen représentant de manière réaliste la couche de cisaillement. Ce champ est ensuite utilisé comme champ de vitesses porteur dans un code résolvant les équations d'Euler linéarisées. Un monopole harmonique est ensuite simulé à l'intérieur de l'écoulement et le champ de pression résultant est calculé à

l'extérieur. Les fonctions de Green mesurées n'ont cependant pas été utilisées pour la mise en œuvre de la formation de voies.

Très récemment, Casalino *et al* [73] ont proposé une méthode utilisant la simulation numérique pour déterminer l'environnement acoustique autour d'un lanceur spatial, ceci à partir de mesures expérimentales à sa surface. Les auteurs font l'hypothèse que les effets des différentes sources acoustiques peuvent être modélisés par des ondes planes impaquant le lanceur. L'impact d'une onde plane d'amplitude unitaire sur le lanceur est alors simulé pour chaque direction possible d'arrivée *via* un code résolvant les équations d'Euler linéarisées. Le nombre de simulation nécessaire est réduit en exploitant la symétrie du problème par rapport à l'axe du lanceur. La formation de voies est ensuite mise en œuvre avec les signaux expérimentaux et les solutions simulées aux positions des capteurs afin de déterminer les directions d'arrivées des sources acoustiques. La même démarche est effectuée en résolvant un problème inverse similaire à la méthode DAMAS. Les résultats obtenus sont très prometteurs, les solutions calculées numériquement permettent d'améliorer sensiblement les résultats par rapport à ceux obtenus avec les techniques analytiques existantes. La méthode développée semble toutefois difficilement applicable à une configuration quelconque ne présentant pas de symétries particulières, ceci en raison des coûts de calcul engendrés. De plus, l'hypothèse de source acoustique émettant des ondes planes s'avère limitante pour de nombreux cas étudiés en aéroacoustique. On notera également, que ce n'est pas la fonction de Green qui est estimée par simulation numérique, mais une fonction de transfert entre une onde plane avec une certaine direction d'arrivée et un point.

Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre on a présenté la technique de formation de voies. Elle est employée pour l'identification et la séparation des sources acoustiques à partir des signaux issus d'un ensemble de microphones. La technique a été dans un premier temps formulée à partir d'une approche basée sur la focalisation des signaux microphoniques, puis sous la forme d'un problème de minimisation entre le signal source et les signaux microphoniques. Ses performances ont ensuite été étudiées *via* un exemple simple et une étude théorique. Il apparaît que la réponse typique de l'opérateur de formation de voies correspond au niveau et à la position de la source, convoluée avec la réponse de l'antenne. La réponse de l'antenne est constituée d'un lobe principal et de lobes secondaires. La largeur du lobe principal définit le pouvoir de résolution spatiale de la technique et sa dynamique est donnée par le niveau relatif des lobes secondaires par rapport au lobe principal. La réponse de l'antenne peut être particulièrement limitante, notamment lorsqu'on cherche à estimer le niveau de sources multiples, de sources étendues, ou encore de sources de dynamiques très différentes. On présente ensuite la technique DAMAS dont l'objectif est de s'affranchir des limites évoquées de la formation de voies. Elle consiste à déconvoluer la réponse de l'antenne des résultats obtenus par formation de voies, grâce à l'utilisation d'un modèle de sources multiples et puis la résolution d'un problème inverse. Au prix d'un

temps de calcul plus élevé, la technique offre une dynamique et un pouvoir de résolution spatiale nettement supérieur à ceux de la formation de voies. Il est ainsi possible d'accéder directement à la position et au niveau des sources.

On a ensuite cherché à illustrer l'importance d'utiliser une fonction de Green adaptée au milieu de propagation pour la mise en oeuvre la formation de voies en aéroacoustique. Deux exemples analytiques simples permettent de montrer que l'utilisation classique de la fonction de Green champ libre en présence d'un écoulement ou d'un obstacle conduit à des biais d'estimation non négligeables. Les positions estimées de sources peuvent être ainsi très fortement décalées par rapport aux positions réelles et les niveaux acoustiques sous ou surestimés par rapport aux niveaux attendus. Enfin, une synthèse des différents travaux effectués pour estimer la fonction de Green dans des cas d'applications complexes liés à l'aéroacoustique a été présentée. Il existe tout d'abord un certain nombre de formulations analytiques de la fonction de Green. Ces formulations sont adaptées à une grande variété de situations. Il n'existe cependant pas de formulation capable de prendre en compte une géométrie et un écoulement quelconque, souvent rencontrés dès lors qu'on s'intéresse à des configurations du type industriel (exemple du turboréacteur). Les méthodes expérimentales ont ensuite été abordées. Ces méthodes semblent prometteuses mais encore relativement complexes à mettre en place. Ceci est notamment dû au fait qu'il est très difficile de reproduire expérimentalement une source monopolaire.

On a ensuite évoqué les méthodes basées sur la résolution numérique des équations d'Euler ou de Navier-Stokes. L'avantage de ces méthodes est qu'elles rendent possible le calcul de la propagation acoustique en présence d'écoulements inhomogènes et de géométries quelconques. Certains auteurs ont montré qu'il était possible d'estimer la fonction de Green entre un point source et un microphone dans de tels cas à partir d'un unique calcul. L'approche n'a cependant pas été utilisée pour la mise en oeuvre de la formation de voies en raison du coût de calcul inaccessible engendré. Le nombre de simulations nécessaires est en effet égal au nombre de points de focalisation N_s .

Du fait de l'essor actuel des moyens de calcul et de leur potentiel, les méthodes numériques semblent cependant être la voie la plus prometteuse pour estimer la fonction de Green. Afin de rendre les couts de calcul accessibles, on se propose dans cette thèse de mettre en place une technique permettant de calculer, au moyen d'une seule simulation numérique et d'un post-traitement adapté, la fonction de Green entre chacun des points de focalisation de la formation de voies et chacun des microphones. A termes, l'objectif est de pouvoir améliorer sensiblement les résultats obtenus par la formation de voies dans des cas où les modèles analytiques de fonctions de Green ne sont pas adaptés au milieu de propagation considéré. La technique pourrait également permettre d'envisager des positionnements d'antenne non intrusifs inédits, mais aussi de caractériser des sources situés au sein de géométries complexes. Un des cas d'application visés est la caractérisation du bruit de soufflante d'un turboréacteur installé par une antenne située en dehors de la veine de la soufflerie.

Chapitre 2

Méthodologie d'estimation de la fonction de Green par simulation numérique

Ce chapitre est dédié à la mise en place d'une méthodologie permettant d'estimer la fonction de Green à partir d'une simulation numérique. Dans un premier temps, le principe de la méthodologie est exposé en détail Sec. 2.1. L'approche repose sur la simulation des signaux microphoniques pour un ensemble de sources émettant simultanément depuis les points de focalisation. Le modèle de cette simulation acoustique est établi Sec. 2.2. Le problème à résoudre pour déterminer la fonction de Green est posé Sec. 2.3. Deux solutions approximatives sont introduites Sec. 2.4 de manière à mettre en évidence les performances théoriques de la solution. Enfin, deux exemples d'applications sont fournis Sec. 2.5 illustrant le caractère mal posé du problème.

2.1 Principe

Comme nous l'avons vu au chapitre précédent, la formation de voies repose sur la connaissance de la fonction de Green entre chaque point de focalisation et chaque microphone. La fonction de Green peut être déterminée numériquement en simulant le champ acoustique généré par chaque point source individuellement. Cette approche nécessiterait cependant d'effectuer autant de simulations que de points de focalisation ce qui peut conduire à des coûts de calcul inaccessibles.

Pour remédier à cette difficulté, on envisage d'estimer la fonction de Green à partir d'une seule simulation en présence de sources acoustiques positionnées sur l'ensemble des points de focalisation et émettant simultanément. Pour chaque microphone, le problème consiste alors à mettre en oeuvre une technique de traitement du signal permettant d'accéder à la contribution de chaque source individuellement. Plus précisément, pour un microphone donné, l'estimation est basée sur la minimisation d'une erreur quadratique entre le signal de pression simulé d'une part et un modèle de ce signal d'autre part, la

minimisation étant effectuée par rapport à la fonction de Green recherchée. Le modèle acoustique du signal de pression et le problème inverse à résoudre sont détaillés dans la suite de ce chapitre.

2.2 Modèle de propagation acoustique

Les équations les plus générales décrivant un milieu fluide sont les équations non linéaires de Navier Stokes. En négligeant les effets de viscosité et les effets de conduction thermique, hypothèses classiques en acoustique, ces équations deviennent les équations d'Euler, équations encore non linéaires. La fonction de Green étant la solution d'un système d'équations linéaires, le modèle de propagation acoustique est obtenu à partir de la résolution des équations d'Euler isentropiques linéarisées. Par ailleurs, on utilise comme termes sources des injections de masse isotropes en chacun des points de focalisation. On propose ici de résoudre la forme non conservative de ces équations appliquées aux petites perturbations. En considérant N_s termes sources, elles prennent la forme suivante :

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{u} = \sum_{i=1}^{N_s} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}_i) q_i(t) \quad (2.1)$$

$$\rho_0 \frac{D\mathbf{u}}{Dt} + \rho_0 (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u}_0 + \nabla p - \frac{\rho \nabla p_0}{\rho_0} = 0 \quad (2.2)$$

$$\frac{Dp}{Dt} + (\mathbf{u} \cdot \nabla p_0) + \gamma p_0 (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \gamma p (\nabla \cdot \mathbf{u}_0) = c_0^2 \sum_{i=1}^{N_s} \delta(\mathbf{x} - \mathbf{y}_i) q_i(t) \quad (2.3)$$

L'équation (2.1) correspond à la conservation de la masse, Eq. (2.2) à la conservation de la quantité de mouvement et Eq. (2.3) est l'équation de conservation de l'énergie. La résolution de ce système est soumise aux conditions aux limites et aux conditions initiales du problème. Les variables ρ , \mathbf{u} , p désignent respectivement les fluctuations de masse volumique, de vitesse et de pression et l'indice $_0$ correspond aux variables stationnaires. $\frac{D}{Dt}$ désigne la dérivée convective telle que $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{u}_0 \cdot \nabla$. Pour ce cas général, il n'est pas possible de formuler une équation d'onde explicite et de calculer analytiquement sa solution. Cependant, le système résolu étant linéaire et continu, il est possible d'exprimer la solution des Eqs. (2.1)-(2.3) sous la forme d'un produit de convolution tel que :

$$p_n^{\text{caa}}(t) = \sum_{i=1}^{N_s} s_i(t) * g_{i,n}(t), \quad (2.4)$$

où $p_n^{\text{caa}}(t)$ correspond à la pression fluctuante enregistrée par le microphone d'indice n en la position \mathbf{x}_n , où $g_{i,n}(t)$ est la fonction de Green dans le domaine temporel entre la source i et le microphone n et enfin où $s_i(t)$ désigne l'amplitude de la source i telle que $s_i(t) = -c_0 \frac{dq_i(t)}{dt}$. Pour des raisons numériques, les équations d'Euler sont résolues pour des temps discrets et Eq. (2.4) se réécrit sous la forme suivante :

$$p_n^{\text{caa}}(t_k) = \sum_{i=1}^{N_s} s_i(t_k) * g_{i,n}(t_k), \quad (2.5)$$

où t_k désigne chaque temps discret tel que $t_k = (k - 1)\Delta_t$ avec k variant de $k = 1$ à $k = N_t$, Δ_t le pas d'échantillonnage temporel. Nous considérerons dans la suite de ces travaux le modèle de propagation défini par Eq. (2.5) valable comme la solution générale du cas décrit Eqs. (2.1)-(2.3). On considère ainsi tous les effets de propagation tels que la diffraction, la réfraction, la réflexion ou encore la convection acoustique.

2.3 Problème inverse

Compte tenu du modèle direct défini par Eq. (2.5), la fonction de Green peut être estimée en résolvant le problème d'optimisation suivant :

$$\mathbf{g}_n = \arg \min_{\tilde{\mathbf{g}}_n} R(\tilde{\mathbf{g}}_n). \quad (2.6)$$

avec

$$R(\tilde{\mathbf{g}}_n) = \left\| p_n^{\text{caa}}(t_k) - \sum_{i=1}^{N_S} s_i(t_k) * \tilde{g}_{i,n}(t_k) \right\|_{2,t_k}^2. \quad (2.7)$$

\mathbf{g}_n correspond à l'ensemble des composantes de la fonction de Green estimées pour le microphone d'indice n tel que $\mathbf{g}_n = [\mathbf{g}_{1,n}; \dots; \mathbf{g}_{i,n}; \dots; \mathbf{g}_{N_S,n}]$ avec $\mathbf{g}_{i,n}$ le vecteur $N_t \times 1$ tel que $[\mathbf{g}_{i,n}]_k = g_{i,n}(t_k)$. La notation $\|\cdot\|_{2,t_k}$ désigne la norme L_2 selon les temps discrets t_k , telle que

$$\|f(t_k)\|_{2,t_k} = \left(\sum_{k=1}^{N_t} |f(t_k)|^2 \right)^{\frac{1}{2}}.$$

La solution à ce problème d'optimisation est donnée par la fonction de Green \mathbf{g}_n annulant le gradient du résidu $R(\mathbf{g}_n)$ par rapport à \mathbf{g}_n , soit

$$\frac{\partial R(\mathbf{g}_n)}{\partial g_{j,n}(\tau_q)} = 0 \quad (2.8)$$

pour tout j et tout q . En reportant Eq. (2.7) dans Eq. (2.8), il vient

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial g_{j,n}(\tau_q)} & \left(\sum_{k=1}^{N_t} p_n^{\text{caa}}(t_k)^2 - 2 \sum_{k=1}^{N_t} p_n^{\text{caa}}(t_k) \sum_{i=1}^{N_S} \sum_{q'=1}^{N_t} s_i(t_k - \tau_{q'}) g_{i,n}(\tau_{q'}) + \right. \\ & \left. \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_S} \sum_{q''=1}^{N_t} s_i(t_k - \tau_{q''}) g_{i,n}(\tau_{q''}) \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{i'=1}^{N_S} \sum_{q'''=1}^{N_t} s_{i'}(t_k - \tau_{q'''}) g_{i',n}(\tau_{q'''}) \right) = 0. \end{aligned} \quad (2.9)$$

En remarquant que $\partial g_{i,n}(t_k) / \partial g_{j,n}(\tau_q) = \delta(t_k - \tau_q) \delta(i - j)$, Eq. (2.9) devient

$$\begin{aligned} & - 2 \sum_{k=1}^{N_t} p_n^{\text{caa}}(t_k) \sum_{i=1}^{N_S} \sum_{q'=1}^{N_t} s_i(t_k - \tau_{q'}) \delta(\tau_{q'} - \tau_q) \delta(i - j) + \\ & 2 \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{i=1}^{N_S} \sum_{q''=1}^{N_t} s_i(t_k - \tau_{q''}) g_{i,n}(\tau_{q''}) \sum_{i'=1}^{N_S} \sum_{q'''=1}^{N_t} s_{i'}(t_k - \tau_{q'''}) \delta(\tau_{q'''} - \tau_q) \delta(i' - j) = 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Cette équation se réécrit plus simplement sous la forme,

$$-\sum_{k=1}^{N_t} p_n^{\text{caa}}(t_k) s_j(t_k - \tau_q) + \sum_{k=1}^{N_t} s_j(t_k - \tau_q) \sum_{i=1}^{N_S} \sum_{q''=1}^{N_t} s_i(t_k - \tau_{q''}) g_{i,n}(\tau_{q''}) = 0. \quad (2.11)$$

En faisant apparaître l'intercorrélation¹ et le produit de convolution, il vient,

$$-C_{p_n, s_j}(\tau_q) + \sum_{k=1}^{N_t} s_j(t_k - \tau_q) \sum_{i=1}^{N_S} s_i(t_k) * g_{i,n}(t_k) = 0, \quad (2.12)$$

où C_{p_n, s_j} désigne l'intercorrélation entre p_n^{caa} et s_j . Equation (2.12) peut alors s'écrire

$$-C_{p_n, s_j}(\tau_q) + C_{s_j, \sum_{i=1}^{N_S} s_i * g_{i,n}}(\tau_q) = 0. \quad (2.13)$$

En appliquant la propriété de l'intercorrélation $C_{x,y}(\tau_q) = x(-\tau_q) * y(\tau_q)$, il vient,

$$-C_{p_n, s_j}(\tau_q) + s_j(-\tau_q) * \left(\sum_{i=1}^{N_S} s_i(\tau_q) * g_{i,n}(\tau_q) \right) = 0. \quad (2.14)$$

En utilisant l'associativité du produit de convolution, on obtient finalement

$$C_{p_n, s_j}(\tau_q) = \sum_{i=1}^{N_S} C_{s_i, s_j}(\tau_q) * g_{i,n}(\tau_q). \quad (2.15)$$

Comme le montre cette équation, les contributions des fonctions de Green au terme de gauche sont mélangées entre sources d'une part, et en temps d'autre part. Afin de déterminer $g_{i,n}(\tau_q)$ pour chaque source i et chaque instant τ_q , une étape de déconvolution visant à résoudre Eq. (2.15) est nécessaire.

2.4 Solutions préliminaires

2.4.1 Inverse direct

Pour estimer $g_{j,n}(\tau_q)$ à partir de Eq. (2.15), on pourrait résoudre un système matriciel faisant intervenir l'ensemble des composantes de la fonction de Green. Ainsi, en écrivant Eq. (2.15) pour tout j , tout k et tout τ_q on obtient le système matriciel suivant,

$$\mathbf{C}_{\mathbf{pns}} = \mathbf{C}_{\mathbf{ss}} \mathbf{g}_{\mathbf{n}}. \quad (2.16)$$

avec

$$\mathbf{C}_{\mathbf{pns}} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{p_n, s_1} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{p_n, s_j} \\ \vdots \\ \mathbf{C}_{p_n, s_{N_S}} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}_{\mathbf{ss}} = \begin{pmatrix} \mathbf{C}_{s_1, s_1} & \cdots & \mathbf{C}_{s_i, s_1} & \cdots & \mathbf{C}_{s_{N_S}, s_1} \\ \vdots & \ddots & \vdots & & \vdots \\ \mathbf{C}_{s_1, s_j} & \cdots & \mathbf{C}_{s_i, s_j} & \cdots & \mathbf{C}_{s_{N_S}, s_j} \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{C}_{s_1, s_{N_S}} & \cdots & \mathbf{C}_{s_i, s_{N_S}} & \cdots & \mathbf{C}_{s_{N_S}, s_{N_S}} \end{pmatrix},$$

1. $C_{x,y}(\tau_q) = \sum_{k=1}^{N_t} x(\tau_k) y(\tau_k - \tau_q)$

$$\mathbf{g}_n = \begin{pmatrix} \mathbf{g}_{1,n} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{i,n} \\ \vdots \\ \mathbf{g}_{N_s,n} \end{pmatrix}, \quad (2.17)$$

où \mathbf{C}_{p_n,s_j} désigne le vecteur $N_t \times 1$, \mathbf{C}_{s_i,s_j} la matrice $N_t \times N_t$ et $\mathbf{g}_{i,n}$ le vecteur $N_t \times 1$ définis par

$$\begin{cases} [\mathbf{C}_{p_n,s_j}]_q = C_{p_n,s_j}(\tau_q), \\ [\mathbf{C}_{s_i,s_j}]_{q,k} = C_{s_i,s_j}(\tau_q - \tau_k), \\ [\mathbf{g}_{i,n}]_k = g_{i,n}(\tau_k). \end{cases} \quad (2.18)$$

Ainsi, $\mathbf{C}_{\mathbf{p}_{ns}}$ est un vecteur de taille $N_s N_t \times 1$, \mathbf{C}_{ss} est une matrice de taille $N_s N_t \times N_s N_t$ et enfin \mathbf{g}_n est le vecteur inconnu $N_t N_s \times 1$. \mathbf{g}_n pourrait alors être obtenu par inversion directe de la matrice \mathbf{C}_{ss} ,

$$\mathbf{C}_{ss}^{-1} \mathbf{C}_{\mathbf{p}_{ns}} = \mathbf{g}_n. \quad (2.19)$$

Par la suite cette solution est appelée *inverse direct*. La pertinence de cette solution repose sur l'inversibilité de \mathbf{C}_{ss} [29, 74, 75]. Comme nous le verrons par la suite, cette solution n'est cependant pas robuste pour un nombre de sources même modeste.

2.4.2 Solution mono-source

Formulation de la solution mono-source

Une hypothèse simplificatrice permet d'obtenir explicitement une solution approchée de Eq. (2.15). Cette hypothèse consiste à supposer $g_{i,n}(\tau_k)$ nul pour tout i et tout k à l'exception d'une seule composante $i = j$ et $k = q$, soit

$$g_{i,n}(\tau_k) = \hat{g}_{j,n}(\tau_q) \delta(\tau_k - \tau_q) \delta(j - i). \quad (2.20)$$

L'amplitude non nulle $\hat{g}_{j,n}(\tau_q)$ est déterminée en injectant le modèle simplifié Eq. (2.20) dans Eq. (2.15). On obtient alors

$$\hat{g}_{j,n}(\tau_q) = \frac{C_{p_n,s_j}(\tau_q)}{C_{s_j,s_j}(0)}. \quad (2.21)$$

Par la suite, nous appellerons *solution mono-source*, la solution $\hat{\mathbf{g}}$ obtenue à partir de Eq. (2.21) pour tout j variant de 1 à N_s , n de 1 à N_m et q de 1 à N_t .

Performance de la solution mono-source

La capacité de la solution mono-source Eq. (2.21) à séparer les fonctions de Green entre sources et à chaque instant, est à présent étudiée. Pour cela, le modèle de pression acoustique p_n^{caa} défini Eq. (2.5) est injecté dans Eq. (2.21)

$$\hat{g}_{j,n}(\tau_q) = \frac{C_{[\sum_{i=1}^{N_s} s_i(t_k) * g_{i,n}(t_k)], s_j}(\tau_q)}{C_{s_j, s_j}(0)}. \quad (2.22)$$

En explicitant l'intercorrélation, l'équation précédente peut s'écrire

$$\hat{g}_{j,n}(\tau_q) = \frac{1}{C_{s_j, s_j}(0)} \sum_{k=1}^{N_t} \left[\sum_{i=1}^{N_s} s_i(t_k) * g_{i,n}(t_k) \right] s_j(t_k - \tau_q). \quad (2.23)$$

En développant le produit de convolution, puis en faisant apparaître l'intercorrélation, il vient

$$\hat{g}_{j,n}(\tau_q) = \frac{1}{C_{s_j, s_j}(0)} \sum_{i=1}^{N_s} \sum_{q'=1}^{N_t} C_{s_i, s_j}(\tau_q - \tau_{q'}) g_{i,n}(\tau_{q'}). \quad (2.24)$$

L'expression précédente se réécrit finalement sous la forme

$$\hat{g}_{j,n}(\tau_q) = \frac{C_{s_j, s_j}(\tau_q)}{C_{s_j, s_j}(0)} * g_{j,n}(\tau_q) + \sum_{i \neq j=1}^{N_s} \frac{C_{s_i, s_j}(\tau_q)}{C_{s_j, s_j}(0)} * g_{i,n}(\tau_q). \quad (2.25)$$

On note tout d'abord que si $N_s = 1$, la fonction de Green estimée $\hat{g}_{j,n}$ correspond à la fonction de Green recherchée $g_{j,n}$ à une convolution près avec la fonction $\frac{C_{s_i, s_j}(\tau_q)}{C_{s_j, s_j}(0)}$. Comme indiqué en annexe A.A.1, cette fonction présente l'allure d'un sinus cardinal dont la largeur de lobe est pilotée par l'échelle temporelle

$$\tau_R = \frac{1}{f_{\max} - f_{\min}},$$

avec f_{\max} et f_{\min} , les fréquences maximales et minimales des sources. Ainsi, plus la largeur de bande $[f_{\min}, f_{\max}]$ est grande, meilleur est le pouvoir de séparation en temps. On note également que $[f_{\min}, f_{\max}]$ correspond à la bande pour laquelle la fonction de Green est estimée dans le domaine fréquentiel. Nous verrons cependant au chapitre suivant qu'il existe une limite inférieure ainsi qu'une limite supérieure pour les fréquences dont on peut simuler la propagation. Il conviendra alors d'utiliser des signaux sources ayant une énergie non nulle sur une bande $[f_{\min}, f_{\max}]$ et nulle en dehors.

Lorsque $N_s > 1$, ce qui est notre cas, l'estimation $\hat{g}_{j,n}(\tau_q)$ est biaisée par la contribution des autres sources. Pour limiter ce biais, il convient de choisir les signaux sources tels que

$$\frac{C_{s_i, s_j}(\tau_q) * g_{i,n}(\tau_q)}{C_{s_j, s_j}(\tau_q) * g_{j,n}(\tau_q)} \ll 1 \quad (2.26)$$

pour $i \neq j$. Cette condition montre que la séparation des fonctions de Green est d'autant plus aisée que

$$C_{s_i, s_j}(\tau_q) \ll C_{s_j, s_j}(0) \quad (2.27)$$

pour $i \neq j$, ce qui revient à choisir des signaux les plus décorrélés possibles. Dans le cas de milieux de propagation où l'amplitude des fonctions de Green à estimer est similaire, $\|g_i(\tau_q)\|_{2,\tau_q} \sim \|g_j(\tau_q)\|_{2,\tau_q}$, cette condition Eq. (2.27) est généralement suffisante. Toutefois, comme nous le verrons, lorsqu'il existe une grande dynamique entre les fonctions de Green à estimer, la condition Eq. (2.27) ne permet pas de satisfaire à la condition Eq. (2.26), ce qui rend donc très difficile l'estimation de la fonction de Green la plus faible en particulier.

Bien que cette discussion soit relative à la solution mono-source, toutes ces remarques revêtent un caractère général et restent valables dans le cas du problème inverse complet Eq. (2.15), comme nous le verrons dans les exemples d'applications dans la suite du manuscrit.

2.5 Exemples d'estimations : propagation en présence d'une paroi infinie

Afin d'illustrer les équations précédentes, deux exemples numériques simples de calcul de fonction de Green sont présentés avec respectivement une source puis deux sources et un microphone. Pour les deux cas, la *solution mono-source* et *l'inverse direct* sont calculés avec des signaux sources et microphoniques obtenus analytiquement.

2.5.1 Une source, un microphone

Dans le premier cas présenté Fig. 2.1, on considère une source ponctuelle émettant dans un espace à trois dimensions en présence d'une paroi infinie. Les distances entre les éléments sont choisies telles que les temps de propagation des rayons incidents et des rayons réfléchis soient multiples du pas d'échantillonnage temporel Δ_t .

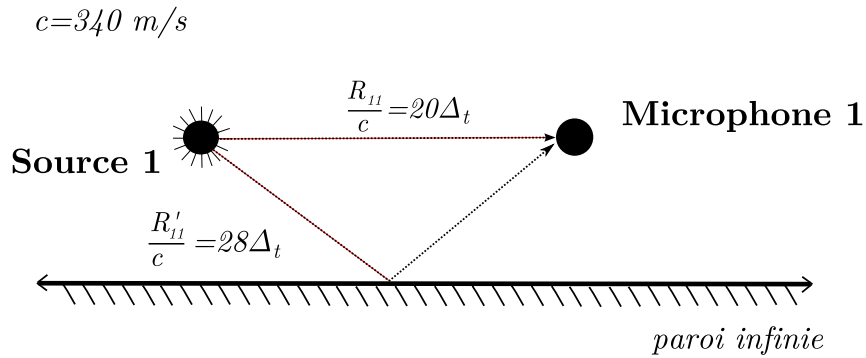


FIGURE 2.1 – Schématisation du premier exemple : propagation entre une source ponctuelle et un microphone en 3D en présence d'une paroi infinie.

Le choix des signaux sources à utiliser est discuté Sec. 3.1.2. Nous y verrons que les signaux optimaux correspondent à des sommes de sinusoides de fréquences différentes ayant

chacune un déphasage aléatoire. Ainsi, pour les deux cas présentés, on considère le signal $s_i(t_k)$ de la forme suivante

$$s_i(t_k) = \sum_{m=N_{f_{\min}}}^{N_{f_{\max}}} \sin(2\pi m \Delta_f t_k + \phi_{n,i}) \quad (2.28)$$

avec t_k tel que $t_k = (k-1)\Delta_t$, $1 \leq k \leq N_t$, $\Delta_t = 10^{-4}$ s et la durée totale du signal $T = (N_t-1)\Delta_t = 0.01$ s. Le pas fréquentiel Δ_f choisi est celui de la transformée de Fourier tel que $\Delta_f = 1/T$. Par conséquent, chaque fréquence d'émission $m\Delta_f$ considérée possède un nombre entier de période sur T . La fréquence minimale d'émission f_{\min} est choisie telle que $f_{\min} = N_{f_{\min}}\Delta_f = 3000$ Hz. La fréquence maximale correspond à la fréquence maximale d'échantillonnage telle que $f_{\max} = N_{f_{\max}}\Delta_f = f_e/2 = 5000$ Hz avec $f_e = 1/\Delta_t$. Enfin, le terme de phase $\phi_{m,i}$ est tiré aléatoirement entre 0 et 2π pour chaque fréquence considérée $m\Delta_f$ et chaque source i . Ce tirage permet de déphaser les différentes fréquences d'émission entre elles mais également de decorréler les éventuels différents signaux sources $s_i(t_k)$ entre eux. La figure (2.2) représente le signal $s_1(t_k)$, le module de sa transformée de Fourier $S_1(f)$ et son autocorrélation $C_{s_1,s_1}(\tau_q)$.

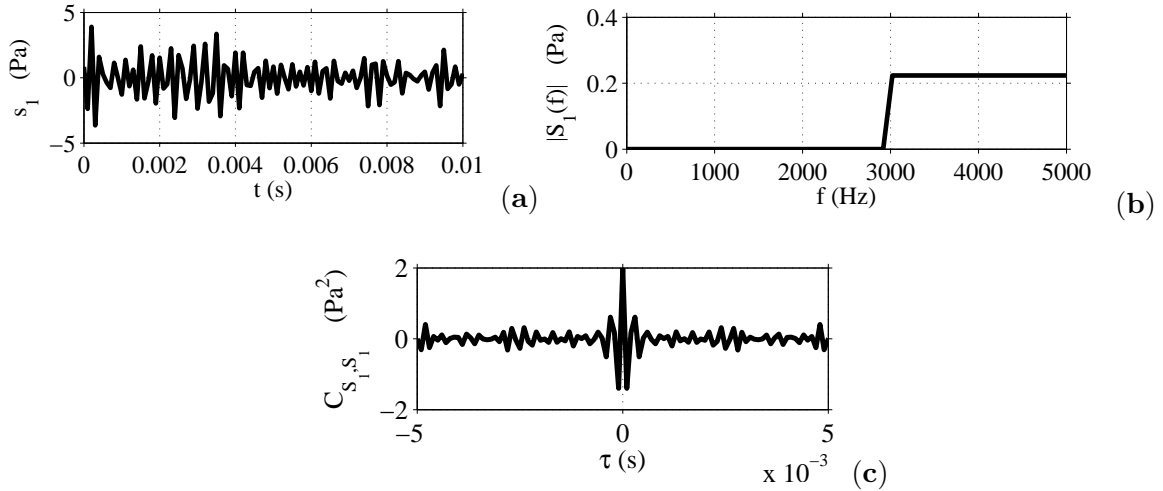


FIGURE 2.2 – Signal émis par la source ponctuelle. (a) Représentation dans le domaine temporel, (b) module de la transformée de Fourier, (c) Autocorrélation.

Le signal du microphone $p_1(t_k)$ est calculé analytiquement par application du modèle de propagation défini par Eq.(2.5) avec $g_{i,n}(t_k)$ la fonction de Green en 3D avec prise en compte d'une paroi infinie. Cette fonction est obtenue selon la méthode des sources images [48]. Pour une source et un microphone situés respectivement en \mathbf{y}_i et \mathbf{x}_n , elle est définie par la relation suivante :

$$g_{i,n}(\tau_q) = \frac{1}{R_{i,n}} \delta\left(\tau_q - \frac{R_{i,n}}{c}\right) + \frac{1}{R'_{i,n}} \delta\left(\tau_q - \frac{R'_{i,n}}{c}\right) \quad (2.29)$$

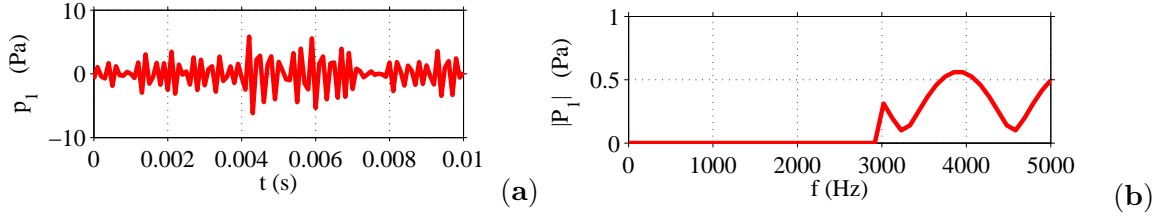


FIGURE 2.3 – Signal reçu par le microphone ; (a) représentation dans le domaine temporel, (b) module de la transformée de Fourier.

avec $R'_{i,n}$ la distance entre la source image de i , positionnée symétriquement à la source i par rapport au plan réflecteur, et le microphone n . La figure (2.3) représente le signal $p_1(t_k)$ et le module de sa transformée de Fourier $P_1(f)$.

La fonction de Green est ensuite estimée à partir du modèle mono-source définie Eq. (2.21), puis à partir de l'inverse direct définie Eq. (2.19). Afin de juger de la qualité de reconstruction de manière objective, on définit quatre critères d'erreur permettant mesurer l'écart sur la bande $[f_{\min}, f_{\max}]$ entre l'estimation \hat{G} et la formulation analytique de la fonction de Green G . On note respectivement $\epsilon_{moy}(|\hat{G}|)$ et $\epsilon_{max}(|\hat{G}|)$ et les écarts moyens et maximum pour le module de la transformée de Fourier. Ces deux écarts sont définis comme suit

$$\epsilon_{moy}(|\hat{G}|) = \sum_{m=N_{f_{\min}}}^{N_{f_{\max}}} \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_s} \frac{1}{N_s N_m N_f} \left| \frac{G_{i,n}(m\Delta_f)}{\hat{G}_{i,n}(m\Delta_f)} \right|, \quad (2.30)$$

$$\epsilon_{max}(|\hat{G}|) = \left| \frac{G_{i,n}(m\Delta_f)}{\hat{G}_{i,n}(m\Delta_f)} \right|_{\infty, i, n, m},$$

avec N_f le nombre de fréquences discrètes tel que $N_f = N_{f_{\max}} - N_{f_{\min}} + 1$. La notation $||_{\infty, i, n, m}$ désigne le maximum sur l'ensemble des composantes i , n et m avec $N_{f_{\min}} \leq m \leq N_{f_{\max}}$. De la même manière, on note $\epsilon_{moy}(\phi[\hat{G}_{i,n}])$ et $\epsilon_{max}(\phi[\hat{G}_{i,n}])$ les écarts moyens et maximum pour la phase de la transformée de Fourier dont les expressions sont données par

$$\epsilon_{moy}(\phi[\hat{G}]) = \sum_{m=N_{f_{\min}}}^{N_{f_{\max}}} \sum_{n=1}^{N_m} \sum_{i=1}^{N_s} \frac{1}{N_s N_m N_f} \left| \phi[G_{i,n}(m\Delta_f)] - \phi[\hat{G}_{i,n}(m\Delta_f)] \right|, \quad (2.31)$$

$$\epsilon_{max}(\phi[\hat{G}]) = \left| \phi[G_{i,n}(m\Delta_f)] - \phi[\hat{G}_{i,n}(m\Delta_f)] \right|_{\infty, i, n, m}.$$

La figure (2.4) représente les deux estimations obtenues dans le domaine temporel ainsi que le module et la phase de leurs transformées de Fourier. À titre de comparaison, la formulation analytique est superposée. Les différentes erreurs d'estimation sont indiquées dans Tab. (2.1).

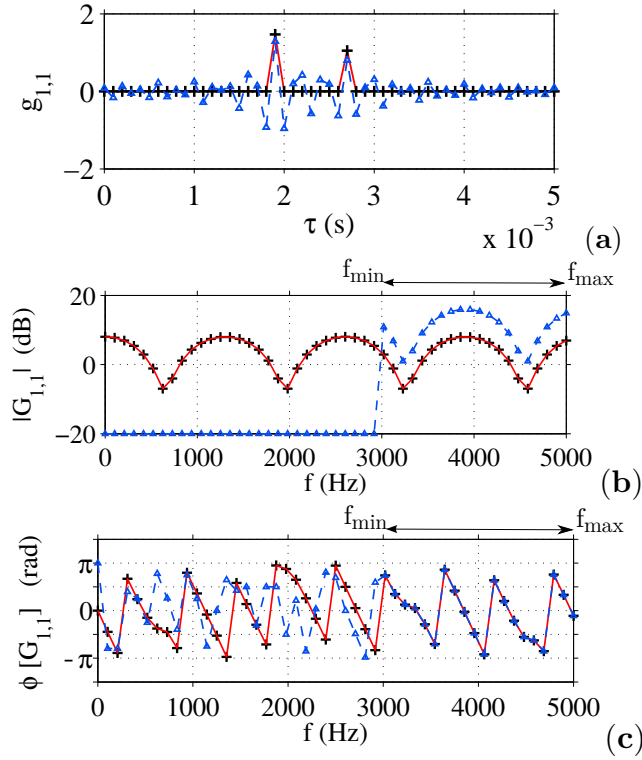


FIGURE 2.4 – Fonction de Green entre la source 1 et le microphone 1. (a) Représentation dans le domaine temporel, (b) module de la transformée de Fourier, (c) phase de la transformée de Fourier. + Formulation analytique, - *inverse direct*, -- Δ *solution mono-source*.

(a)	ϵ_{moy}	ϵ_{max}	(b)	ϵ_{moy}	ϵ_{max}
$ G(f) $	7.9 dB	7.9 dB	$ G(f) $	$1.1 \cdot 10^{-13}$ dB	$1.5 \cdot 10^{-13}$ dB
$\phi[G(f)]$	$1.2 \cdot 10^{-14}$ rad	$2.5 \cdot 10^{-14}$ rad	$\phi[G(f)]$	$6.2 \cdot 10^{-15}$ rad	$1.3 \cdot 10^{-14}$ rad

TABLE 2.1 – Erreur d'estimation de la fonction de Green en module et en phase sur $[f_{min}, f_{max}]$. (a) *Solution mono-source*, (b) *inverse direct*.

Dans le domaine temporel, la solution *mono-source* présente deux maxima d'amplitude ayant une valeur et une position quasi identiques à celles des deux pics de la référence. On note cependant la présence de nombreuses oscillations parasites. Ce résultat est cohérent avec la réponse théorique de l'estimateur fournie par Eq. (2.25) qui correspond à la convolution de la fonction de Green réelle avec l'autocorrelation du signal source tracée Fig. (2.2). La solution *inverse direct* permet de reconstruire parfaitement la fonction de Green de référence car le résultat obtenu est, lui, déconvolué de l'autocorrélation. La comparaison est ensuite effectuée dans le domaine fréquentiel. Le module de la solution mono-source

présente une forme similaire à la référence sur $[f_{\min}, f_{\max}]$. On note cependant un biais important en amplitude, avec un écart moyen et maximal de 7.95 dB. En appliquant la transformée de Fourier à l'expression théorique de la *solution mono-source* donnée par Eq. (2.25) pour $N_s = 1$ et $j = 1$, il vient

$$\hat{G}_{1,n}(f) = \frac{|S_1(f)|^2 G_{1,n}(f)}{\int_{-f_e/2}^{f_e/2} |S_1(f)|^2 df}, \quad (2.32)$$

avec $f_e = 1/\Delta_t$ la fréquence d'échantillonnage. Rien ne garantissant

$$\frac{|S_1(f)|^2}{\int_{-f_e/2}^{f_e/2} |S_1(f)|^2 df} = 1,$$

on en déduit que le module de la fonction estimée que l'on note ici $\hat{G}_{1,n}(f)$ est effectivement biaisé par rapport à la véritable fonction de Green notée $G_{1,n}(f)$.

Avec la solution inverse direct, l'erreur obtenue est quasi négligeable. Enfin, pour les deux estimateurs, on note un très bon accord en phase sur $[f_{\min}, f_{\max}]$. Pour ce cas, l'inverse direct a permis de reconstruire parfaitement les deux pics dans le domaine temporel, ainsi on note aussi un très bon accord en dehors de la bande d'émission. Il n'y a cependant pas de sens physique à utiliser la fonction de Green en dehors de cette bande. À titre d'indication, la solution mono-source est obtenue en 0.01 s et l'inverse direct en 1.2 s.

2.5.2 Deux sources décorréées, un microphone

Dans ce deuxième cas présenté Fig. 2.5, on considère deux sources ponctuelles décorréées émettant dans un espace à trois dimensions en présence d'une paroi infinie. Comme pour le cas précédent, les distances entre les éléments sont choisies telles que les temps de propagation des rayons incidents et des rayons réfléchis soient multiples du pas d'échantillonnage temporel Δ_t .

Les deux signaux sources sont générés de la même manière que pour le cas précédent, c'est-à-dire selon Eq. (A.6). Les différents paramètres sont choisis identiquement tels que $\Delta_t = 10^{-4}$ s, $T = N_t \Delta_t = 0.01$ s, $\Delta_f = 1/T = 100$ Hz, $f_{\min} = N_{f\min} \Delta_f = 3000$ Hz, $f_{\max} = f_e/2 = N_{f\max} \Delta_f = 5000$ Hz. Le tirage aléatoire des phases permet de décorréler en partie les deux sources. Le signal du microphone $p_1(t_k)$ est obtenu comme précédemment par l'application du modèle défini par Eq. (2.5) et la fonction de Green utilisée est celle décrite par Eq. (2.29). À partir des signaux source $s_1(t_k)$ et $s_2(t_k)$, et du signal microphone $p_1(t_k)$, on calcule la *solution mono-source* selon Eq. (2.21) et l'*inverse direct* selon Eq. (2.19). La figure (2.6) représente les résultats obtenus pour les fonctions de Green $g_{1,1}(\tau_q)$ et $g_{2,1}(\tau_q)$. Pour ces deux fonctions, on représente, l'estimation dans le domaine temporel ainsi que le module et la phase de la transformée de Fourier. Pour chaque représentation, la formulation analytique est superposée. Les différentes erreurs d'estimation obtenues sont indiquées dans Tab. (2.2).

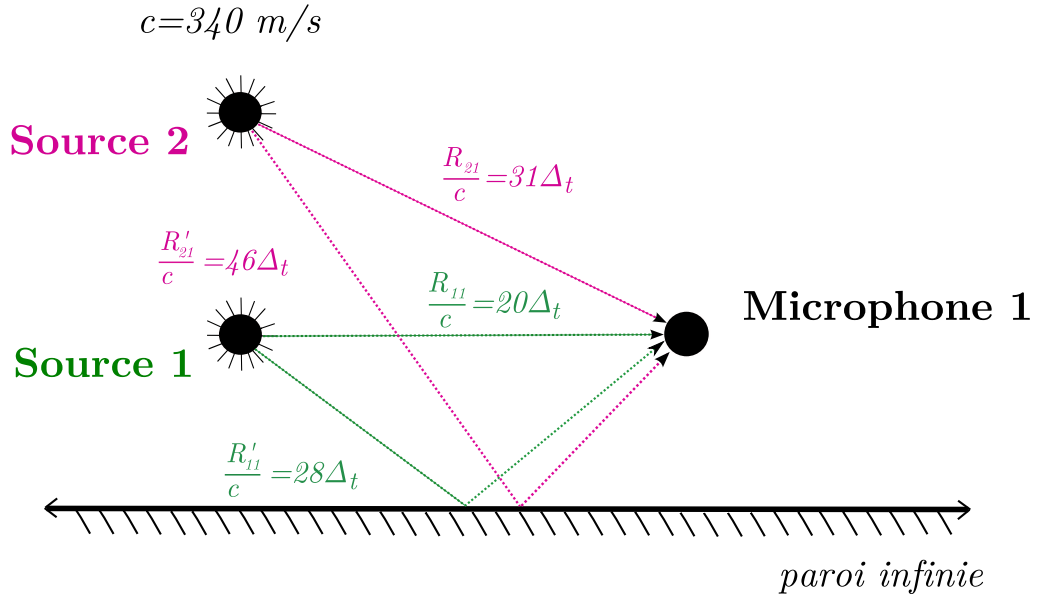


FIGURE 2.5 – Schématisation du deuxième exemple : propagation entre deux sources ponctuelles décorrélées et un microphone en 3D en présence d'une paroi infinie.

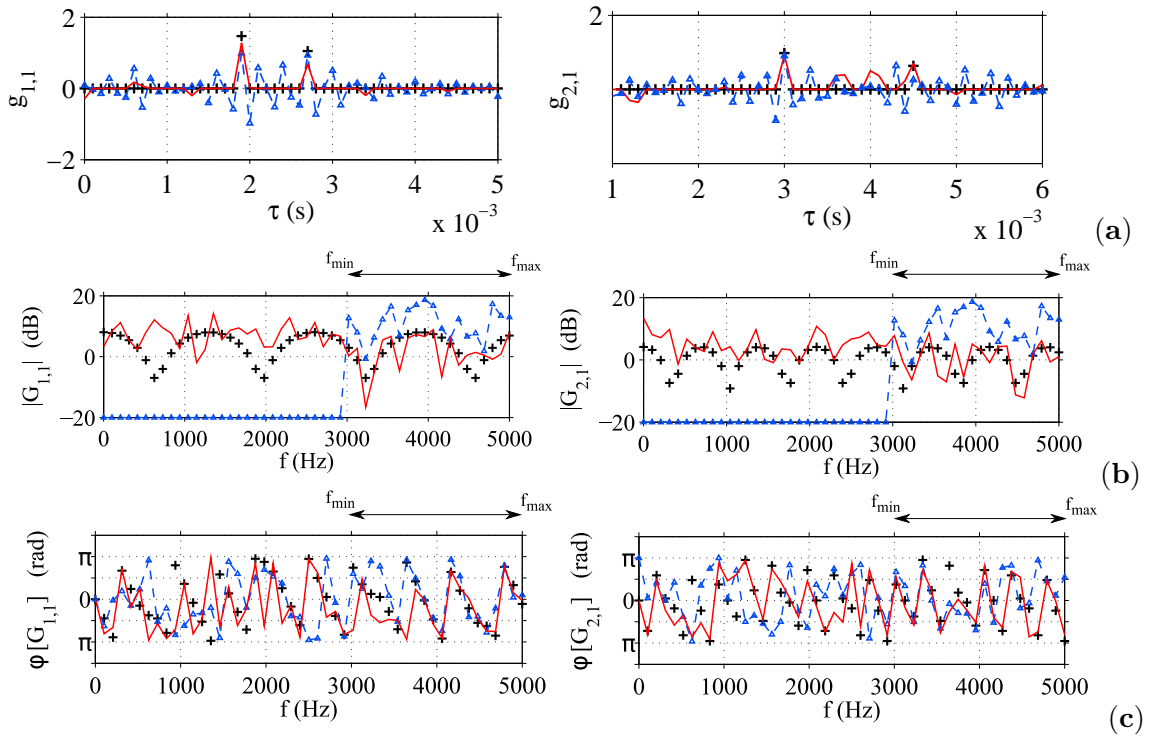


FIGURE 2.6 – Exemple de fonction de Green en 3D d'une paroi infinie. (a) Représentation dans le domaine temporel, (b) module de la transformée de Fourier, (c) phase de la transformée de Fourier. + Formulation analytique. - inverse direct. -- Δ solution mono-source.

(a)	ϵ_{moy}	ϵ_{max}
$ G(f) $	9.75 dB	19.23 dB
$\phi[G(f)]$	1.14 rad	3.97 rad

(b)	ϵ_{moy}	ϵ_{max}
$ G(f) $	4.37 dB	11.32 dB
$\phi[G(f)]$	0.85 rad	4.52 rad

TABLE 2.2 – Erreur d'estimation de la fonction de Green en module et en phase sur $[f_{\min}, f_{\max}]$. (a) *Solution mono-source*, (b) *inverse direct*.

Dans le domaine temporel, la solution mono-source permet de reconstruire les deux pics de la fonction $g_{1,1}(\tau_q)$ et seulement le pic principal de $g_{2,1}(\tau_q)$. On note que les oscillations parasites sont d'amplitude plus importante que dans le cas précédent, atteignant parfois le niveau des pics de la fonction de Green analytique. Dans le domaine fréquentiel, le module et la phase estimés de ces solutions sont très différents de la référence pour les deux fonctions. Pour $|G(f)|$, on note un écart moyen de 9.75 dB et maximal de 19.23 dB sur $[f_{\min}, f_{\max}]$, et pour $\phi(G(f))$, un écart moyen de 1.14 rad et maximal de 3.97 rad. Il est important de remarquer que pour le cas mono-source traité précédemment, le seul écart observé en fréquence avec la référence est une différence d'amplitude du module estimé. On peut alors attribuer ces effets supplémentaires à la non-prise en compte par le modèle des contributions des autres sources. En effet, comme il a été vu dans la section précédente, la séparation des différentes contributions est ici obtenue grâce à la décorrélation des signaux sources $s_i(t_k)$.

Avec la solution *inverse direct*, les deux pics sont parfaitement estimés pour $g_{1,1}(\tau_q)$ et $g_{2,1}(\tau_q)$. On note cependant la présence d'un certain nombre de pics parasites dont le niveau est moindre par rapport à ceux des références. Pour le module et la phase, les courbes estimées sont proches des courbes obtenues avec la formulation analytique mais on note la présence de nombreuses oscillations dues aux pics parasites estimés dans le domaine temporel. Les erreurs moyennes et maximum sont respectivement 4.37 dB et 11.32 dB pour le module, et 0.85 rad et 4.52 rad pour la phase. Se pose ensuite la question de l'origine de ces pics parasites. Le modèle utilisé pour calculer la solution *inverse direct* est basé sur la présence de plusieurs sources, il ne doit donc pas ici être remis en cause. On peut également considérer le bruit sur les signaux microphoniques comme négligeable, ceux-ci étant générés analytiquement. On peut donc supposer que ces pics parasites proviennent de la décorrélation imparfaite des deux signaux sources. Ainsi, la matrice \mathbf{C}_{ss} dans Eq. (2.16) n'est pas parfaitement diagonale, rendant calcul de \mathbf{g}_n par Eq. (2.19) mal conditionné. Une procédure permettant d'améliorer ce conditionnement sur la base de critères physiques est notamment présentée au chapitre III.

Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, le principe original de calcul de la fonction de Green par simulation numérique a été présenté. Un estimateur, ayant comme donnée d'entrée un calcul numérique de propagation acoustique entre des points de focalisation et des microphones, a ensuite été proposé. Les performances de l'approche ont ensuite été étudiées à partir de deux solutions préliminaires. La première, dite *solution mono-source*, est basée sur un calcul d'intercorrélation entre les signaux sources et les signaux propagés issus de la simulation numérique. Cette solution a permis d'établir certains critères théoriques concernant la capacité de la méthode à séparer les contributions des différentes sources, ainsi que de son pouvoir de résolution en temps. Il apparaît que les signaux sources doivent être les plus décorrélés possible entre eux et posséder une bande de fréquences dont on doit pouvoir piloter la largeur et l'énergie. Une solution plus exacte basée sur la résolution directe d'un problème inverse, appelée *inverse direct*, a également été formulée.

Ces deux solutions ont ensuite été testées pour deux exemples analytiques simples, le premier avec une source et le deuxième avec deux sources décorrélées. Les résultats obtenus sont satisfaisants et permettent de confirmer la pertinence de l'approche. Le calcul avec deux sources met toutefois en évidence la nécessité d'améliorer le conditionnement du problème. Cette procédure, appelée régularisation du problème, est présentée au chapitre suivant.

Chapitre 3

Implémentation et validation du calcul de la fonction de Green

Dans un premier temps, les différents outils implémentés et utilisés pour l'estimation de la fonction de Green sont présentés Sec. 3.1. On détaille tout d'abord les principales caractéristiques de la simulation numérique. Dans un deuxième temps, on présente la méthode régularisée pour déterminer la fonction de Green Sec. 3.2. Une étude est ensuite effectuée afin de caractériser la performance de reconstruction des fonctions de Green Sec. 3.3. Enfin, la méthode complète d'imagerie acoustique avec fonction de Green estimée est validée pour deux cas simples dont la fonction de Green est connue analytiquement Sec. 3.4 et Sec. 3.5.

3.1 Simulation de la propagation

3.1.1 Description du code *sAbrinA_v0*

La simulation numérique de la propagation pour l'estimation des fonctions de Green est effectuée à partir du code développé par l'ONERA, *sAbrinA_v0* [76, 77, 78, 79]. Ce code résout les équations d'Euler complètes ou linéarisées en variables perturbées et en formulation conservative, sur des maillages structurés multi-blocs. La discrétisation spatiale des équations d'Euler est réalisée à l'aide de schémas aux différences finies d'ordre élevé, pouvant être optimisés ou non dans l'espace des nombres d'ondes [80]. *sAbrinA_v0* comprend également un filtrage explicite. La discrétisation temporelle est assurée par un schéma de Runge-Kutta compacte d'ordre 3. Le code est parallélisé à l'aide des bibliothèques standards MPI (Message Passing Interface). Il inclut les conditions aux limites usuelles que sont les conditions de réflexion par une paroi solide et conditions de non-réflexion [81, 82, 83], ainsi que des conditions d'impédance en temporel [84, 85, 86].

3.1.2 Termes sources

Pour simuler la propagation de N_s sources ponctuelles positionnées aux points de focalisation \mathbf{y}_i , $i = 1$ à N_s , on considère le terme source en débit massique α_ρ suivant :

$$\alpha_\rho(\mathbf{y}, t) = \sum_{i=1}^{N_s} \delta(\mathbf{y} - \mathbf{y}_i) q_i(t). \quad (3.1)$$

Comme montré Ref. [76], la pression acoustique générée au niveau du microphone n s'écrit donc formellement

$$p_n^{\text{caa}}(t) = \sum_{i=1}^{N_s} -c_0^2 \frac{dq_i(t)}{dt} * g_{i,n}(t).$$

Par identification avec le modèle acoustique défini Eq. (2.4), le signal source acoustique équivalent $s_i(t)$ est donc :

$$s_i(t) = -c_0^2 \frac{dq_i(t)}{dt}. \quad (3.2)$$

Forme spatiale

En pratique, les schémas numériques de type différences finies ne permettent pas l'utilisation d'un terme source ponctuel. Ainsi, le Dirac de Eq. (3.1) est approché par une distribution gaussienne telle que :

$$\delta(\mathbf{y} - \mathbf{y}_i) \approx \frac{1}{b^n} e^{-\pi \frac{(\mathbf{y} - \mathbf{y}_i)^2}{b^2}} \quad (3.3)$$

n désigne ici la dimension du problème considéré ($n = 1$ pour un calcul 1D, $n = 2$ pour un calcul 2D etc..) et b la largeur de la gaussienne à mi-hauteur. Une étude précédente a montré qu'une modélisation stable et précise de source ponctuelle était obtenue indépendamment de la longueur d'onde pour $b = 2\delta_x$ [76]. δ_x désigne ici le pas d'échantillonnage spatial du maillage cartésien considéré. En pratique, δ_x est choisi tel que $\delta_x \leq \lambda_{\min}/20$, où λ_{\min} est la longueur d'onde acoustique minimale simulée. Ainsi on a $b \ll \lambda_{\min}$, ce qui garantit la compacité acoustique de la source. En présence d'un écoulement de nombre de Mach M , ce critère est défini par $b/(1 - M) \ll \lambda_{\min}$ que l'on considérera valable également pour les cas d'application présentés. Un calcul mono-source avec écoulement et comparaison analytique est présenté en annexe A.2.

Forme temporelle

On doit ensuite déterminer le type de signal source $s_i(t_k)$ optimal à utiliser. Il a été montré en Sec. 2.4.2 que le pouvoir de séparation des contributions issues des différentes sources pouvait être amélioré en utilisant les signaux sources les plus décorrélés possibles entre eux. La deuxième nécessité est la maîtrise de la bande de fréquences de ces signaux. Comme il a été vu en Sec. 2.4.2, cette bande correspond à celle de la fonction de Green estimée. On a donc intérêt à employer des signaux large bande. Il existe cependant une limite inférieure et une limite supérieure que l'on peut simuler. La limite supérieure est

fixée par le pas d'échantillonnage spatial δ_x ainsi que le type de schéma numérique utilisé. Un dépassement peut alors occasionner des phénomènes de repliement spectral. La limite inférieure est fixée par les conditions aux limites de non-réflexion aux bordures du domaine de calcul et un dépassement peut conduire à des phénomènes de raisonnances acoustiques. Nous verrons dans la suite du chapitre que le calcul est dimensionné pour la simulation d'une bande de fréquences $[f_{\min}, f_{\max}]$ que l'on fixe en fonction des fréquences pour lesquelles on souhaite utiliser les fonctions estimées. On cherche à utiliser des signaux source possédant une énergie constante sur $[f_{\min}, f_{\max}]$ et nulle en dehors.

Schoukens[87] a publié une comparaison très complète des différents signaux sources utilisables pour la mesure de fonctions de transfert ou de réponses impulsionnelles. Il existe trois principaux types de signaux répondant aux deux nécessités formulées ci-dessus.

Le sinus glissant

On distingue tout d'abord le sinus glissant, qui est un signal sinusoïdal dont la fréquence varie au cours du temps, entre f_{\min} et f_{\max} dans notre cas. Celui-ci est donné par la formule suivante,

$$s_i(t_k) = \sin [(at_k + b)t_k] \quad \forall k \in [1, N_t], \quad (3.4)$$

avec

$$\begin{aligned} a &= 2\pi(f_{\max} - f_{\min})/T, \\ b &= 2\pi f_{\min}, \\ N_t \Delta_t &= T, \text{ la durée de signal.} \end{aligned} \quad (3.5)$$

Ce type de signal pose certains problèmes. Ici, chaque fréquence n'est pas mesurée sur une période entière (signal apériodique). Il apparaît alors des phénomènes de fuite spectrale (*frequency leakage* en anglais) [88]. Il en résulte la génération de composantes de moindre niveau dont la fréquence est en dehors de la bande $[f_{\min}, f_{\max}]$. Le niveau du spectre sur $[f_{\min}, f_{\max}]$ n'est alors plus maîtrisé. De plus, la génération de sinus glissants décorrélés pour un nombre arbitraire de sources est un problème complexe [87].

Le bruit blanc filtré

Il est aussi possible d'utiliser un bruit blanc filtré entre f_{\min} et f_{\max} à l'aide par exemple d'un filtre de Butterworth [89]. La génération de signaux sources décorrélés ne pose ici pas de problème. Cependant les signaux générés étant là aussi apériodiques, il apparaît les mêmes phénomènes de *fuite de fréquences* avec les mêmes conséquences pour le spectre du signal.

La somme de sinus

La troisième solution est d'utiliser un signal en somme de sinus à phase aléatoire. Pour

ce type de signal, l'idée consiste à sommer des sinus dont on impose l'amplitude et ayant chacun une fréquence différente. Pour notre cas, l'ensemble de ces fréquences correspond à une discrétisation régulière de la bande $[f_{\min}, f_{\max}]$. Un tel type de signal est décrit par la formule suivante,

$$s_i(t_k) = \sum_{n=N_{f_{\min}}}^{N_{f_{\max}}} \sin(2\pi n \Delta_f t_k + \phi_{n,i}) \quad \forall k \in [1, N_t], \quad (3.6)$$

avec

$$\begin{aligned} \Delta_f &= \frac{1}{T}, \\ N_{f_{\max}} &= \frac{f_{\max}}{\Delta_f}, N_{f_{\min}} = \frac{f_{\min}}{\Delta_f} \end{aligned} \quad (3.7)$$

$\phi_{n,i}$, la phase choisie aléatoirement, uniformément distribuée sur $[0, 2\pi[$.

Le pas fréquentiel Δ_f étant celui de la transformée de Fourier, c'est-à-dire tel que $\Delta_f = 1/T$, chaque fréquence d'émission $m\Delta_f$ considérée possède un nombre entier de périodes sur T . Par conséquent, T est la plus petite durée pour laquelle chaque fréquence d'émission $m\Delta_f$ possède un nombre entier de périodes. Ainsi, $s_i(t_k)$ est un signal périodique de période T . Il n'y a donc ici pas de *fuite de fréquences* en dehors de la bande $[f_{\min}, f_{\max}]$ et l'amplitude du spectre est parfaitement contrôlable. Pour notre application, on choisira une amplitude constante sur la bande d'intérêt. De plus, la phase aléatoire $\phi_{n,i}$ permet d'assurer la décorrélation entre les différents signaux sources générés. Schoukens [87] a montré que c'est avec ce type de signaux qu'on obtient la plus grande décorrélation possible, et c'est ce type de signal qui sera utilisé dans la suite des travaux. Afin d'obtenir un signal source acoustique $s_i(t) = -c^2 dq_i(t)/dt$ décrit par Eq. (A.6), on utilisera une fluctuation temporelle du débit massique $q_i(t)$ de la forme suivante,

$$q_i(t_k) = - \sum_{n=N_{f_{\min}}}^{N_{f_{\max}}} \frac{1}{2\pi n \Delta_f c^2} \cos(2\pi n \Delta_f t_k + \phi_{n,i}), \quad \forall k \in [1, N_t] \quad (3.8)$$

3.2 Régularisation du problème d'estimation de la fonction de Green

Comme nous l'avons vu au chapitre II, le problème consistant à estimer la fonction de Green à partir de signaux sources et de signaux de microphones est mal posé. Il est possible d'améliorer le conditionnement du problème en ajoutant un *a priori* sur la forme de la solution. L'ajout d'*a priori* physiques se fait par exemple *via* l'introduction d'une contrainte spécifique sur l'espace des solutions. Différentes techniques adaptées à notre problème existent et sont détaillées dans les paragraphes suivants.

3.2.1 Contrainte sur la norme L_1

En présence d'un milieu de propagation *relativement libre* et tri-dimensionnel, la fonction de Green dans le domaine temporel prend une forme dite parcimonieuse, avec un pic principal correspondant au champ acoustique incident et d'éventuels pics ultérieurs correspondant à des échos. Ce type de fonction de Green se rencontre par exemple dans le cas simple illustré Fig. (3.1), c'est-à-dire en présence d'une source et d'un microphone positionnés à proximité d'une paroi infinie. La fonction de Green correspondante est représentée Fig. (3.2).

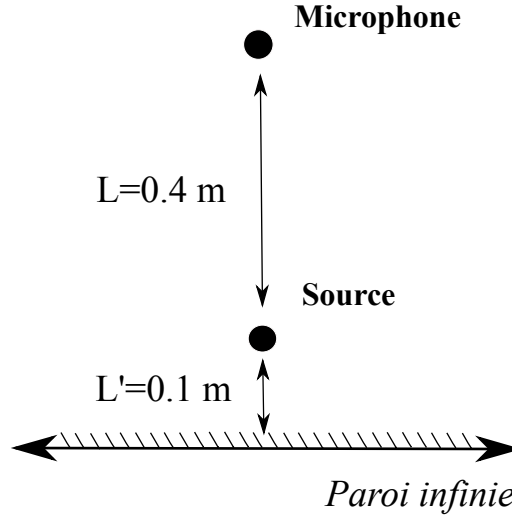


FIGURE 3.1 – Illustration d'une configuration pour laquelle la fonction de Green prend une forme parcimonieuse dans le domaine temporel : une source émettant en présence d'une paroi infinie en trois dimensions.

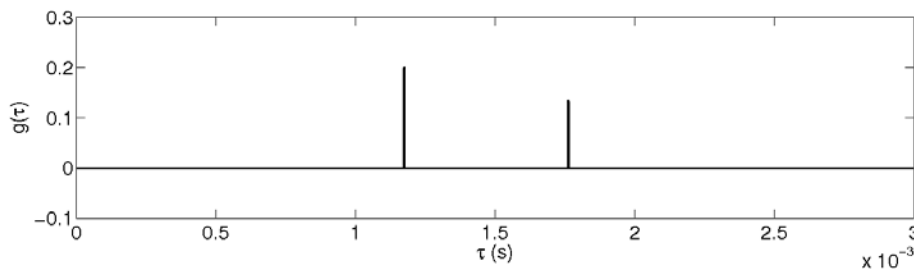


FIGURE 3.2 – Exemple de fonction de Green dans le domaine temporel en 3D entre un point source et un microphone en présence d'une paroi infinie.

L'estimation de solutions parcimonieuses peut être favorisée en ajoutant une contrainte λ_1 sur la norme L_1 de la solution :

$$g_n = \arg \min_{\tilde{g}_n} R(\tilde{g}_n), \quad (3.9)$$

avec,

$$R(\tilde{g}_n) = \|p_n^{\text{caa}}(t_k) - \sum_{i=1}^{N_S} s_i(t_k) * \tilde{g}_{i,n}(t_k)\|_{2,t_k}^2, \quad (3.10)$$

et la contrainte

$$\|\tilde{g}_n\|_{1,t_k} < \lambda_1 \quad (3.11)$$

où $\|\tilde{g}_n\|_{1,t_k} = \sum_{k=1}^{N_t} |g_n(t_k)|$ est la norme L_1 de \tilde{g}_n . Ce type de problèmes basé sur une contrainte L_1 est appelé problème 'Lasso' ou 'Orthogonal basis Matching Pursuit'[90, 91, 92].

3.2.2 Contrainte sur la norme L_2

A contrario, le support de la fonction de Green est plus étendu (plus de composantes non nulles) dans les milieux plus confinés ou plus diffusants. Par exemple, dans la situation illustrée Fig. (3.3), la fonction de Green entre la source et le microphone présente une distribution quasi continue, voir Fig. (3.4).

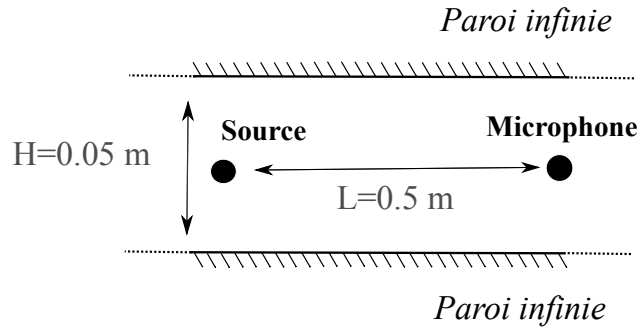


FIGURE 3.3 – Exemple de configuration où la fonction de Green prend une forme étendue dans le domaine temporel : Une source émettant en présence de deux parois infinies parallèles.

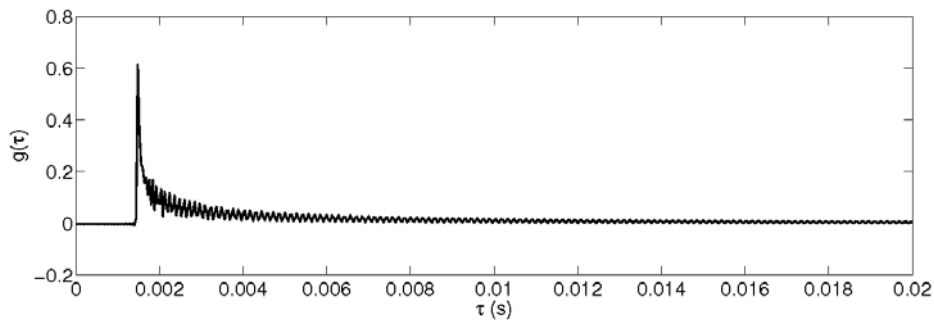


FIGURE 3.4 – Approximation numérique obtenue par la méthode des sources images de la fonction de Green 3D dans le domaine temporel entre un point source et un microphone en présence de deux parois infinies parallèles.

Ce type de solution, avec plus de composantes non nulles, peut être favorisé en ajoutant une contrainte λ_2 sur la norme L_2 de la solution estimée :

$$g_n = \arg \min_{\tilde{g}_n} R(\tilde{g}_n), \quad (3.12)$$

avec,

$$R(\tilde{g}_n) = \|p_n^{\text{caa}}(t_k) - \sum_{i=1}^{N_S} s_i(t_k) * \tilde{g}_{i,n}(t_k)\|_{2,t_k}^2 + \lambda_2 \|\tilde{g}_n\|_{2,t_k}^2. \quad (3.13)$$

Cette type de régularisation est appelée régularisation de Tikhonov [29, 93, 75].

3.2.3 Contraintes sur les normes L_1 et L_2

Problème Elastic Net

Le choix du type de pénalité à appliquer au problème d'estimation n'est cependant pas toujours trivial. On peut, par exemple, citer l'exemple de la fonction de Green champ libre 2D définie dans le domaine temporel par Eq. (A.9). Cette fonction possède un grand nombre de termes non-nuls, mais seul un faible nombre d'entre eux possède une amplitude significative. Dans ce cas, un problème d'optimisation basé sur des contraintes λ_1 et λ_2 portant respectivement sur les normes L_1 et L_2 semble approprié. Notre problème prend alors la forme suivante :

$$g_n = \arg \min_{\tilde{g}_n} R(\tilde{g}_n) \quad (3.14)$$

avec

$$R(\tilde{g}_n) = \|p_n^{\text{caa}}(t_k) - \sum_{i=1}^{N_S} s_i(t_k) * \tilde{g}_{i,n}(t_k)\|_{2,t_k}^2 + \lambda_2 \|\tilde{g}_n\|_{2,t_k}^2 \quad (3.15)$$

et la contrainte

$$\|\tilde{g}_n\|_{1,t_k} < \lambda_1 \quad (3.16)$$

Ce type de problème est appelé 'Elastic Net' dans la littérature [94]. Selon les paramètres λ_1 et λ_2 choisis, il est possible de favoriser des solutions parcimonieuses, étendues ou bien intermédiaires. On note qu'en choisissant λ_1 très grand et λ_2 non nul, le problème résolu est équivalent au problème de Tikhonov. De manière inverse, si l'on choisit λ_2 nul et λ_1 modéré, le problème résolu est équivalent au problème Lasso.

Choix optimal des paramètres de régularisation

En pratique le problème Elastic Net présenté précédemment est résolu à l'aide de l'algorithme itératif LARS-LEN [94, 95]. La solution dépend donc *a priori* non seulement des paramètres λ_1 et λ_2 , mais également de l'indice d'itération l qu'il convient de choisir convenablement. Toutefois, du fait de la construction de l'algorithme LARS-LEN, la norme L_1 de la solution intermédiaire $\mathbf{g}_n^{l,\lambda_1,\lambda_2}$ croît d'une itération l à l'autre. Le contrôle de la norme L_1 , et donc le choix de λ_1 , est ainsi directement piloté par l'indice itératif l . Finalement, la solution fournie par LARS-LEN [94] ne dépend que des paramètres l et λ_2 . Se pose alors la question du choix des paramètres optimaux l^{opt} et λ_2^{opt} . Ce choix est

effectué à l'aide du critère d'information AIC[96, 97], pour Akaike Information Criterion, présenté ci-après.

Le principe du critère AIC consiste à évaluer la *vraisemblance de la solution estimée*,

$$\|p_n^{\text{caa}}(t_k) - \sum_{i=1}^{N_s} s_i(t_k) * g_{i,n}^{l,\lambda_2}(t_k)\|_{2,t_k}^2,$$

pénalisée par son *degré de parcimonie*,

$$d_p(\mathbf{g}_n^{l,\lambda_2}).$$

L'expression exacte du *degré de parcimonie* d_p est trouvée Ref. [98]. Le critère AIC utilisé est alors défini par

$$\text{AIC}(\mathbf{g}_n^{l,\lambda_2}) = \|p_n^{\text{caa}}(t_k) - \sum_{i=1}^{N_s} s_i(t_k) * g_{i,n}^{l,\lambda_2}(t_k)\|_{2,t_k}^2 + 2\sigma^2 d_p(\mathbf{g}_n^{l,\lambda_2}), \quad (3.17)$$

où σ^2 est le poids relatif donné entre la *vraisemblance de la solution estimée* et le *degré de parcimonie*. Le choix exact de σ^2 est discuté à la fin de cette section, la suite de la description du critère AIC étant effectuée préalablement. Supposons donc σ^2 connu. Pour un choix donné de λ_2 , la solution $\mathbf{g}_n^{l,\lambda_2}$ fournie par LARS-LEN réalisant le minimum de R défini Eq. (3.15) est calculée pour de nombreuses itérations l . Les paramètres optimaux l^{opt} et λ_2^{opt} sont déterminés par le minimum du critère AIC,

$$(l^{\text{opt}}, \lambda_2^{\text{opt}}) = \arg \min_{l, \lambda_2} \text{AIC}(\mathbf{g}_n^{l,\lambda_2}), \quad (3.18)$$

et la solution optimale $\mathbf{g}_n^{\text{opt}}$ est

$$\mathbf{g}_n^{\text{opt}} = \mathbf{g}_n^{l^{\text{opt}}, \lambda_2^{\text{opt}}}. \quad (3.19)$$

Revenons à la définition σ^2 . Le paramètre de poids σ^2 est défini comme la variance entre la mesure $p_n^{\text{caa}}(t_k)$ et le modèle acoustique $\sum_{i=1}^{N_s} s_i(t_k) * \tilde{g}_{i,n}(t_k)$, soit plus mathématiquement

$$\sigma^2 = \min_{\tilde{g}} \frac{1}{N_t} \left\| p_n^{\text{caa}}(t_k) - \sum_{i=1}^{N_s} s_i(t_k) * \tilde{g}_{i,n}(t_k) \right\|_{2,t_k}^2. \quad (3.20)$$

D'après les auteurs de la méthode Elastic-Net[99, 100], le minimum est atteint lorsque \tilde{g} représente la véritable fonction de Green $\tilde{g} = g$, et l'écart σ^2 dépend des différentes imperfections de la simulation numérique utilisée pour calculer $p_n^{\text{caa}}(t_k)$ et de la pertinence du modèle acoustique $\sum_{i=1}^{N_s} s_i(t_k) * \tilde{g}_{i,n}(t_k)$. En pratique, σ^2 est calculé en évaluant \tilde{g} grâce à l'algorithme LARS-LEN pour $\lambda_2 = 0$ et le nombre d'itérations grand $l \geq N_s N_t$, c'est-à-dire sans contrainte de régularisation L_1 L_2 [101].

3.3 Dimensionnement du problème

Dans la section suivante, on s'intéresse au dimensionnement des différents paramètres de la simulation tels que la discrétisation du plan de focalisation, le choix des fréquences de simulation, ou encore la durée (ou nombre de fréquences discrètes) des signaux sources.

3.3.1 Discrétisation du plan de focalisation

Le pas de discrétisation optimal Δ_y pour le plan de focalisation (Δ_y est donc l'espacement entre les sources pour la simulation de la propagation) dépend fortement de la méthode d'imagerie employée. Les méthodes exigeant la discrétisation la plus fine sont les méthodes inverses à fort pouvoir de résolution comme la méthode DAMAS [7] présentée au chapitre I. Les auteurs de cette méthode recommandent un pas Δ_y de l'ordre d'une fraction ψ du pouvoir de résolution de la formation de voies soit

$$\frac{\Delta_y f_{\max} L}{Rc} \approx \psi. \quad (3.21)$$

Dans la perspective d'utiliser DAMAS, nous nous conformons à ce critère et choisissons $\psi = 0.2$ comme recommandé Ref. [7].

3.3.2 Choix de la bande de fréquences d'émission $[f_{\min}, f_{\max}]$

Comme évoqué au chapitre II (en Sec. 2.4.2), $[f_{\min}, f_{\max}]$ correspond à la bande de fréquences pour laquelle les techniques d'imageries peuvent être mises en œuvre. f_{\min} et f_{\max} sont donc fixées en fonction des fréquences *a priori* des sources acoustiques à caractériser. Par exemple, pour analyser le bruit de soufflante d'un turboréacteur à l'échelle 1/10 placée en soufflerie, une bande de fréquences comprise entre 6000 Hz et 12000 Hz nous permettra d'analyser les 3 premiers multiples de la fréquence de passage des aubes du rotor (respectivement ≈ 6000 Hz, ≈ 9000 Hz et ≈ 12000 Hz) ainsi qu'une partie du bruit large bande. Ce cas est tout à fait représentatif d'une configuration pour laquelle on souhaiterait, à terme, appliquer la méthode. C'est donc cette bande d'émission qui sera considérée dans la suite de ce manuscrit.

3.3.3 Paramétrisation du nombres de fréquences discrètes des signaux sources et du temps de simulation

Comme vu au chapitre II (Sec. 2.5.2), pour un modèle d'estimation donné, la qualité de reconstruction des fonctions de Green entre f_{\min} et f_{\max} dépend principalement de la décorrélation entre les signaux sources. Pour des signaux multi-sinus, cette décorrélation dépend du nombre de phases aléatoires et donc du nombre de fréquences discrètes $N_f = N_{f_{\max}} - N_{f_{\min}} + 1$. Toutefois, il apparaît que N_s intervient aussi. Dans cette section, on étudie la précision de la reconstruction de la fonction de Green en fonction de N_s et N_f . Comme présenté Fig. (3.5), une ligne de N_s sources régulièrement espacées et un microphone sont considérés. La longueur totale de la ligne de sources et la distance entre le centre de cette ligne et le microphone sont égales à 1 mètre. Par ailleurs, on choisit la bande de fréquences $f_{\min} = 6000$ Hz et $f_{\max} = 12000$ Hz.

Pour chaque nombre de fréquences discrètes N_f analysées, le signal du microphone est obtenu à partir de la convolution des signaux sources et de la formulation analytique de la fonction de Green selon Eq. (2.5). On considère les cas de la propagation en milieu libre en deux et trois dimensions, dont les fonctions de Green dans le domaine temporel sont

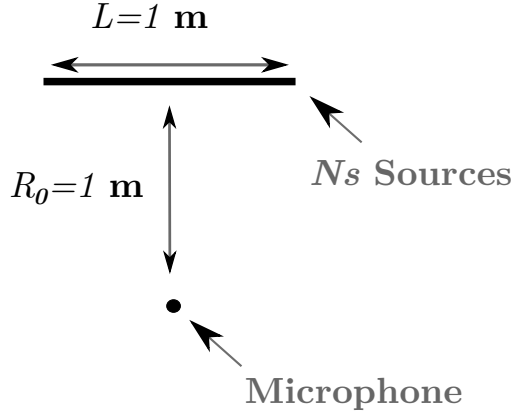


FIGURE 3.5 – Configuration étudiée pour l’analyse de la qualité de reconstruction des fonctions de Green en fonction du nombre de fréquences discrètes N_f des signaux sources. On considère N_s sources régulièrement espacées émettant entre $f_{\min} = 6000$ Hz et $f_{\max} = 12000$ Hz.

respectivement données par Eq. (A.9) et Eq. (1.2). Afin de juger de manière objective la qualité globale de reconstruction des fonctions de Green, on calcule pour chaque N_f le critère d’erreur moyen pour le module de la transformée de Fourier notée $\epsilon_{moy}(|G|)$ défini par Eq. (2.30), et le critère d’erreur moyen en phase noté $\epsilon_{moy}(\phi[G])$ défini selon Eq. (2.31). Pour estimer les fonctions de Green, on résout le problème Elastic-Net défini par Eq. (3.14) grâce à l’algorithme LARS-LEN [94, 95]. Les contraintes λ_1 et λ_2 optimales sont déterminées grâce au critère d’information AIC défini par Eq. (3.17). La figure (3.6) représente $\epsilon_{moy}(|G|)$ et $\epsilon_{moy}(\phi[G])$ en fonction de N_f pour $N_s = 10$ et $N_s = 20$, pour un milieu libre 3D puis 2D.

On note que les erreurs d’estimation en phase et en module sont des fonctions décroissantes de N_f . Pour obtenir des erreurs d’estimation équivalentes, le cas bidimensionnel nécessite un nombre N_f plus grand que dans le cas tridimensionnel. On peut interpréter ce résultat comme provenant du caractère plus complexe et donc plus difficile à estimer de la fonction de Green en deux dimensions. (On note d’ailleurs que le nombre d’itérations l de l’algorithme LARS-LEN nécessaire au calcul de la solution 2D est en moyenne 2 à 3 fois plus élevé qu’en 3D. On remarque également qu’en 3D la contrainte λ_2 optimale est $\lambda_2 = 0$ contre $\lambda_2 = 10$ en 2D).

Enfin, il apparaît qu’obtenir une erreur équivalente en passant de $N_s = 10$ à $N_s = 20$ sources nécessite un nombre N_f deux fois plus grand, et ce aussi bien en 2D qu’en 3D. Ce résultat suggère que, pour une erreur de reconstruction donnée, il existe une dépendance linéaire entre le nombre de sources N_s et N_f .

On se propose ensuite d’analyser le nombre de fréquences discrètes N_f nécessaire à la reconstruction des fonctions de Green en fonction de N_s et pour une erreur d’estimation fixée. La configuration étudiée reste la même que celle représentée Fig. (3.5) avec $f_{\min} = 6000$ Hz et $f_{\max} = 12000$ Hz. Pour chaque N_s considéré, la reconstruction des

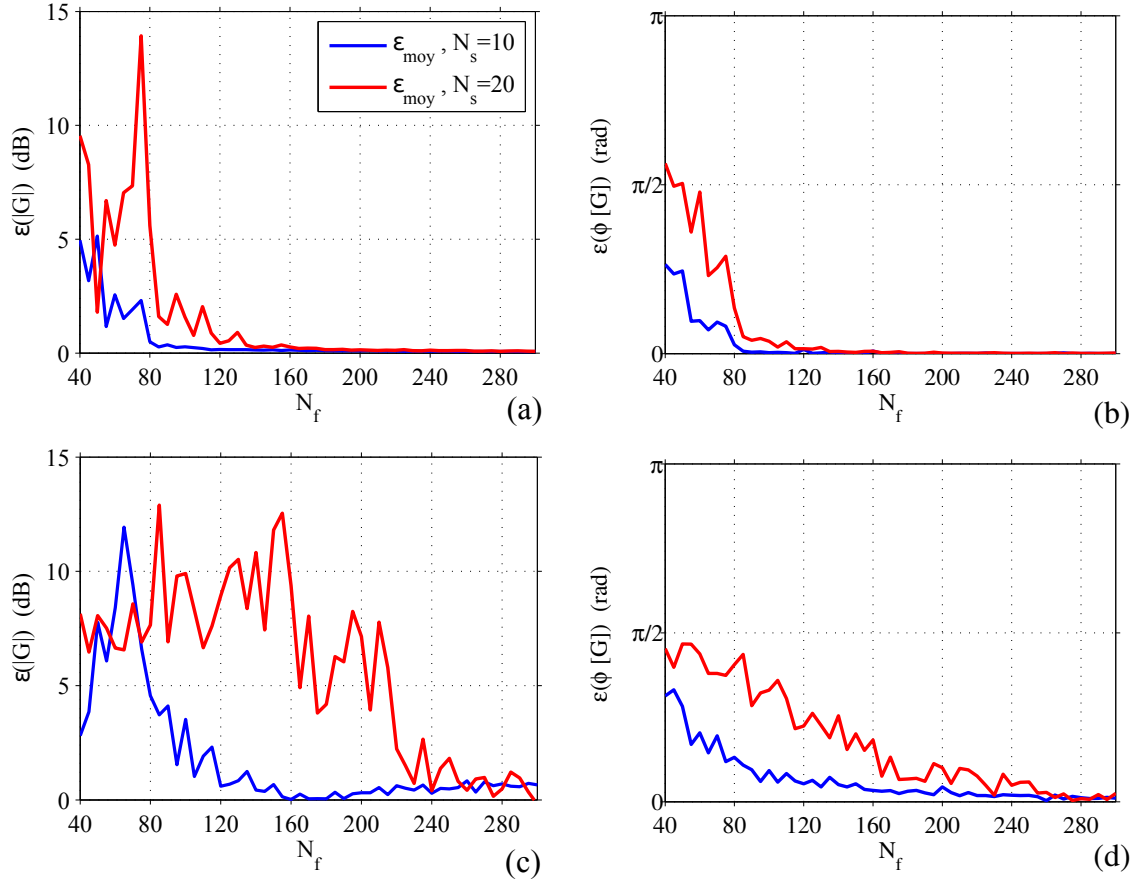


FIGURE 3.6 – Évolution des erreurs moyennes de reconstruction de la fonction de Green en fonction du nombre de fréquences discrètes N_f utilisé pour les signaux sources. (a) $\epsilon_{moy}(|G|)$ pour un milieu 3D, (b) $\epsilon_{moy}(\phi[G])$ pour un milieu 3D, (c) $\epsilon_{moy}(|G|)$ pour un milieu 2D, (d) $\epsilon_{moy}(\phi[G])$ pour un milieu 2D.

fonctions de Green est effectuée à partir d'un nombre de fréquences N_f croissant. Dès que l'erreur $\epsilon_{moy}(|G|)$ devient inférieure à un certain seuil fixé, la valeur de N_f correspondante est enregistrée et tracée en fonction de N_s . La figure (3.7) représente le paramètre N_f tracé en fonction de N_s pour les différents seuils d'erreur $\epsilon_{moy}(|G|) < 4$ dB, $\epsilon_{moy}(|G|) < 1$ dB aussi bien en 2D qu'en 3D.

Les courbes tracées confirment la dépendance linéaire entre N_s et N_f pour l'estimation de la fonction de Green pour un seuil d'erreur moyenne imposé. Ainsi, en 3D, $N_f \approx 4N_s$ fréquences discrètes sont nécessaires pour reconstruire les fonctions de Green avec une erreur $\epsilon_{moy}(|G|) < 4$ dB et $N_f \approx 8N_s$ pour une erreur $\epsilon_{max}(|G|) < 1$ dB. En 2D, $N_f = 8N_s$ fréquences discrètes sont nécessaires pour reconstruire les fonctions de Green avec une erreur $\epsilon_{moy}(|G|) < 4$ dB et $N_f \approx 12N_s$ pour une erreur $\epsilon_{max}(|G|) < 1$ dB. Pour notre application, la fonction de Green que l'on cherche à estimer est cependant inconnue. En pratique, on considérera les critères définis grâce aux fonctions de Green champ libre 2D et 3D valables pour des milieux 2D et 3D quelconques. Il convient de faire exception des

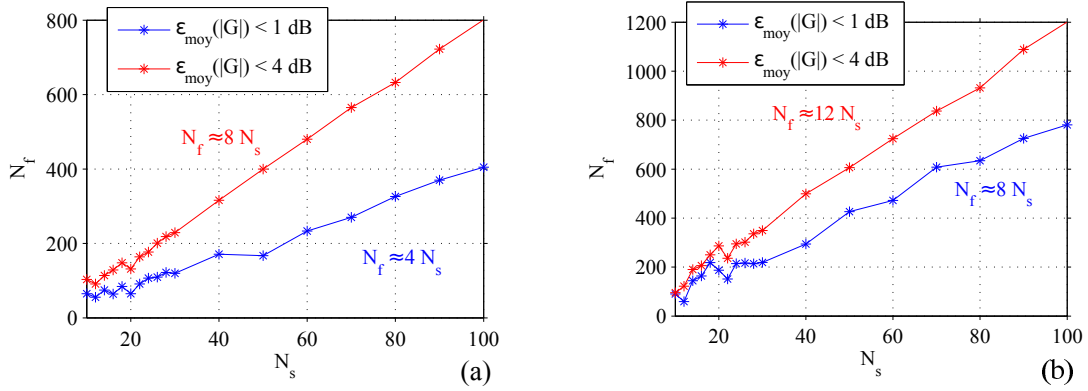


FIGURE 3.7 – N_f tracé en fonction de N_s pour les seuils d'erreur $\epsilon_{moy}(|G|) < 4$ dB et $\epsilon_{moy}(|G|) < 1$ dB. (a) Milieu 3D, (b) milieu 2D.

milieux guidés où l'infinité de réflexions peut conduire à une fonction de Green très complexe (aussi bien dans le domaine temporel que fréquentiel). À terme, il sera intéressant d'effectuer une étude de performances similaire pour le cas du conduit annulaire tronqué.

3.4 Imagerie en champ libre

Dans cette partie, on cherche à valider l'ensemble de la méthode en l'appliquant à des cas simples 2D dont la solution est connue. On retiendra alors les paramètres suivants :

- Bande de fréquences d'émission des sources $[f_{\min}, f_{\max}]$ avec $f_{\min} = 6000$ Hz, $f_{\max} = 12000$ Hz (critère physique).
- Pas de discrétisation du plan source Δ_y tel que $(\Delta_y f_{\max} L)/(Rc) \approx 0.2$.
- $N_f > 12N_s$ pour une erreur $\epsilon_{max}(|G|) < 1$ dB (qualité de reconstruction des fonctions de Green).

Le premier cas de validation considéré est le cas d'une source acoustique en champ libre 2D, la configuration est représentée Fig. (3.8). On considère une antenne de $N_m = 51$ microphones régulièrement espacés du pas $\Delta_x = 0.01$ m et positionnés en \mathbf{x}_n avec $n = (1, \dots, N_m)$. Sa longueur totale est $L = 0.5$ m. A une distance de 0.5 m, on considère le plan de focalisation parallèle et de même longueur L . On y dispose $N_s = 84$ sources potentielles régulièrement espacées de $\Delta_y = 0.006$ m. Dans un premier temps, une simulation numérique est effectuée avec N_s sources aux positions \mathbf{y}_i avec $i = (1, \dots, N_s)$. Cette simulation produit N_m signaux microphoniques aux positions \mathbf{x}_n avec $n = (1, \dots, N_m)$. Dans un second temps, les fonctions de Green entre les sources et les microphones sont estimées par minimisation à partir des N_m signaux enregistrés aux positions des microphones et des N_s signaux sources. Finalement, l'étape de validation consiste à utiliser des signaux

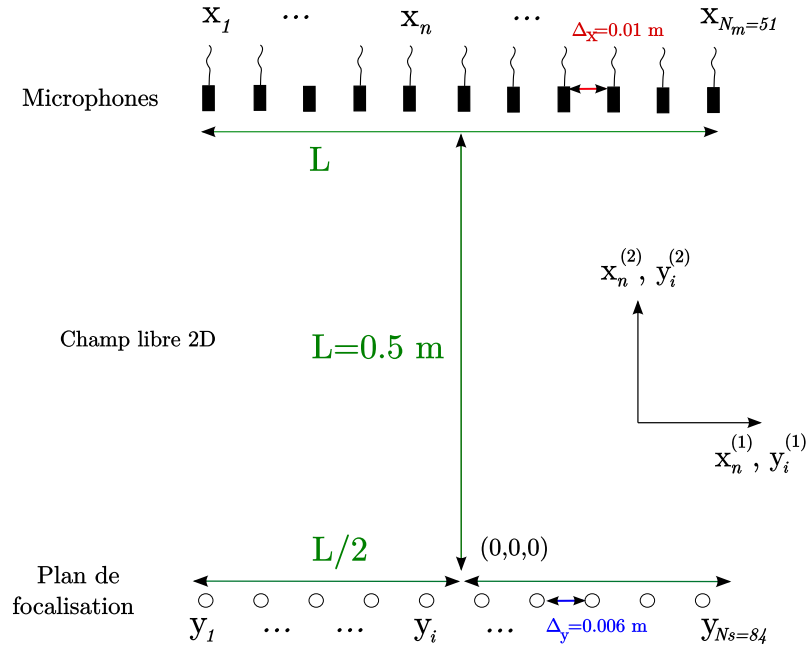


FIGURE 3.8 – Cas de validation en champ libre 2D.

microphoniques simulés analytiquement pour retrouver une source par formation de voies avec les fonctions de Green estimées.

3.4.1 Simulation numérique de la propagation

La simulation numérique de la propagation est effectuée à l'aide de *sAbrinA-v0* (Sec. 3.1.1). On définit dans un premier temps les différents paramètres utilisés. La bande de fréquences est $f_{\min} = 6000$ Hz et $f_{\max} = 12000$ Hz. On utilise un maillage cartésien 600×600 représenté Fig. (3.9). Afin d'assurer une résolution approximative de 30 points par longueur d'onde pour la fréquence maximale f_{\max} , on choisit un pas spatial $\delta_x = 0.001$ m pour la zone utile de simulation. Cette zone est un domaine de 0.6×0.6 m positionné au centre du maillage. Elle est délimitée par le carré blanc. Pour simuler la propagation en champ libre, on doit assurer des conditions de non-réflexion autour de ce domaine. Un étirement maille à maille de coefficient 1.04 est appliqué aux mailles entourant la zone utile. La taille des mailles les plus éloignées de la zone utile est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde la plus grande $\lambda_{\max} = c/f_{\min} \sim 0.5$ m (avec $c = 340$ m/s).

On choisit un pas de temps $\Delta_t = 10^{-6}$ s pour assurer un CFL inférieur à 0.5 (se reporter à la section 3.1.1 pour plus de détails). Pour valider les différents paramètres choisis, un calcul avec une seule source harmonique à la fréquence $f_{\min} = 6000$ Hz puis $f_{\max} = 12000$ Hz est présenté en annexe (A.2). Il est comparé à la solution analytique.

L'étape suivante est la simulation par CAA de la propagation simultanée des signaux issus des $N_s = 84$ sources. Les signaux sources $s_i(t_k)$ utilisés sont des sommes de sinus définis précédemment par Eq. (A.6). D'après l'étude paramétrique effectuée Sec. 3.3, pour estimer la fonction de Green en 2D avec une erreur moyenne inférieure à 1 dB pour

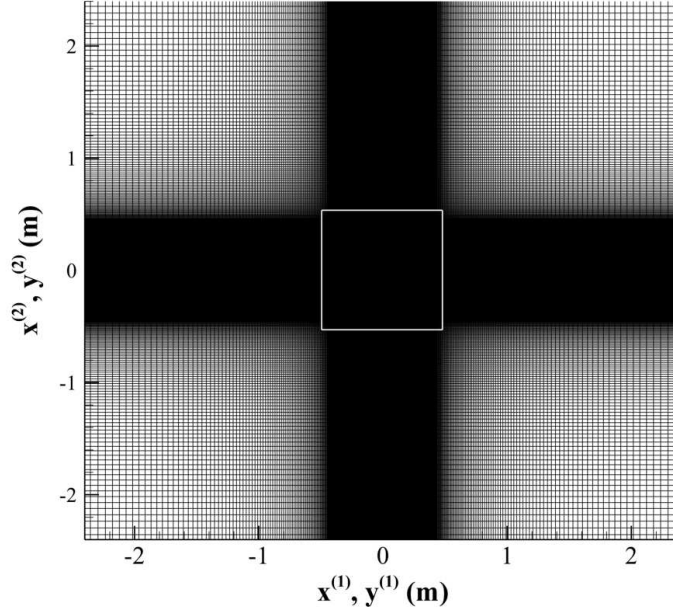
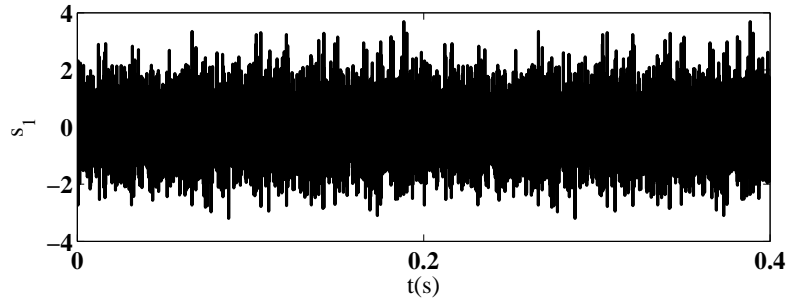


FIGURE 3.9 – Maillage cartésien pour la simulation numérique directe 2D.

le module du spectre, il faut utiliser des signaux $s_i(t_k)$ avec un nombre de fréquences discrètes $N_f > 12N_s$. Pour ce cas, on choisit par sécurité $N_f = 1201 \approx 15N_s$ s. Ainsi, la durée de la période T correspondante est $T = 0.2$ s et le pas fréquentiel $\Delta_f = 1/T$ entre les différentes sinusoïdes est donc $\Delta_f = 5$ Hz, voir Eq. (3.7). Cette période T des signaux $s_i(t_k)$ et $p_n^{caa}(t_k)$ utilisée pour l'estimation des fonctions de Green doit correspondre à une portion entièrement convergée de la simulation numérique. Afin de laisser au calcul le temps d'atteindre cette convergence, celui-ci sera effectué sur une durée plus longue que la période T . On choisira par sécurité un temps de simulation égale à $2T$. Ce calcul est obtenu en approximativement une heure sur une machine dotée de 128 coeurs. À titre de comparaison, on peut estimer que le temps de simulation nécessaire pour effectuer un calcul de propagation entre une seule source et un microphone est approximativement $T \approx \alpha \frac{R}{c}$, avec $\alpha = 2$ coefficient de sécurité identique à celui utilisé avec notre méthode. Ainsi, pour effectuer la propagation entre les $N_s = 84$ sources et les $N_m = 51$ microphones, on peut estimer le temps nécessaire à $T \approx 0.35$ s. À cette étape, la méthode n'est pas plus efficace que de simuler séparément et directement les N_s fonctions de Green. On peut cependant imaginer son potentiel pour des cas d'application réalistes, lorsque par exemple la distance entre l'antenne et le plan de focalisation est plus grande, et que le milieu de propagation engendre de très nombreuses réflexions (exemple du turboréacteur).

Pour ce premier cas, on représente Fig. (3.10) le signal $s_1(t_k)$ émis par la source 1 positionnée en \mathbf{x}_1 .

FIGURE 3.10 – Signal $s_1(t_k)$ de la source 1 d'une durée $2T$.

La figure (3.11) représente le champ normalisé de pression instantanée obtenu par simulation pour $N_s = 84$ sources ponctuelles positionnées aux points de focalisation.

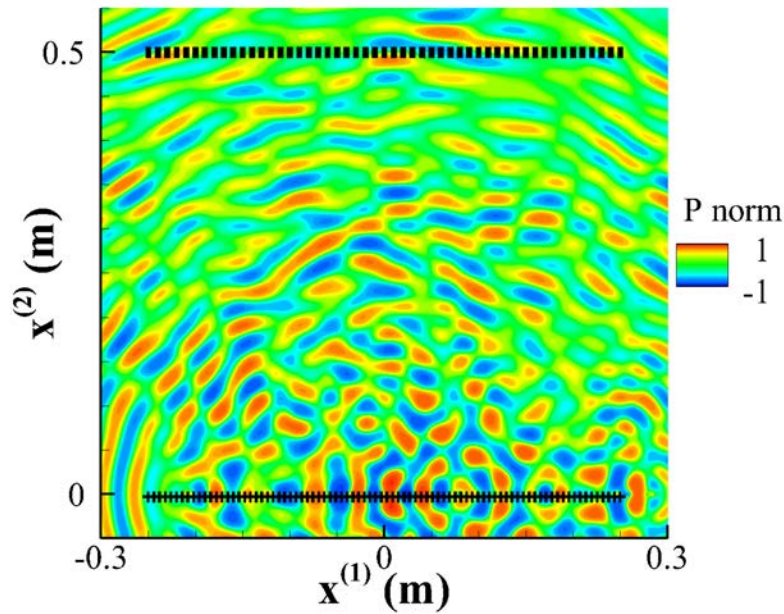


FIGURE 3.11 – Champ normalisé de pression instantanée obtenu par simulation pour les $N_s = 84$ sources ponctuelles positionnées aux points de focalisation. + Source, ■ microphone.

On note $p_n^{\text{caa}}(t_k)$ le signal de pression calculé numériquement à la position \mathbf{x}_n . À titre d'illustration, Fig. (3.12) représente le signal $p_1^{\text{caa}}(t_k)$ calculé en \mathbf{x}_1 .

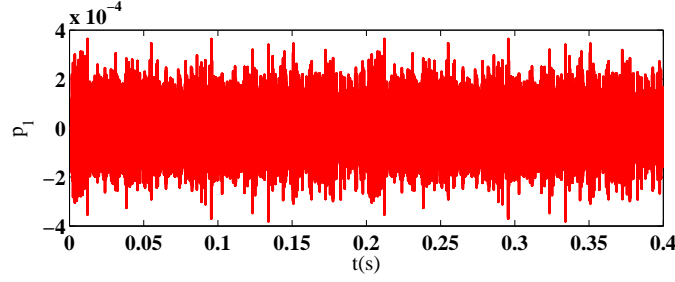


FIGURE 3.12 – Signal de pression $p_1^{\text{caa}}(t_k)$ obtenu par simulation numérique à la position \mathbf{x}_1 pour $N_s = 84$ sources positionnées aux points de focalisation.

On doit alors s'assurer de la convergence du calcul effectué. L'évolution en temps des niveaux RMS des signaux microphoniques est calculée *via* une intégration sur une fenêtre glissante de durée T . Pour ce cas du champ libre, la convergence est atteinte au bout de 0.016 s sur les 0.2 s de la première période de simulation de durée T . On en déduit que la deuxième période, qui correspond à la portion des signaux utilisée pour l'estimation des fonctions de Green, est entièrement convergée.

3.4.2 Estimation des fonctions de Green

La simulation de la propagation étant effectuée, l'étape suivante consiste à estimer les $N_s \times N_t$ fonctions de Green en résolvant le problème Elastic Net décrit Eq. (3.14). La minimisation est ainsi effectuée par l'algorithme LARS-LEN pour les contraintes $\lambda_2 = 0; 1; 5; 10; 100$ et à chaque fois pour un nombre total d'itérations égal à 15000. On rappelle ici que le nombre d'itérations est proportionnel à la contrainte λ_1 imposée. La contrainte λ_2 et le nombre d'itérations l optimal sont ensuite déterminés grâce au critère d'information AIC défini par Eq. (3.17). On représente Fig. (3.13) l'évolution de $\log(\text{AIC})$ en fonction du nombre d'itérations l pour les différents λ_2 testés. Le logarithme est appliqué pour réduire la dynamique des courbes obtenues.

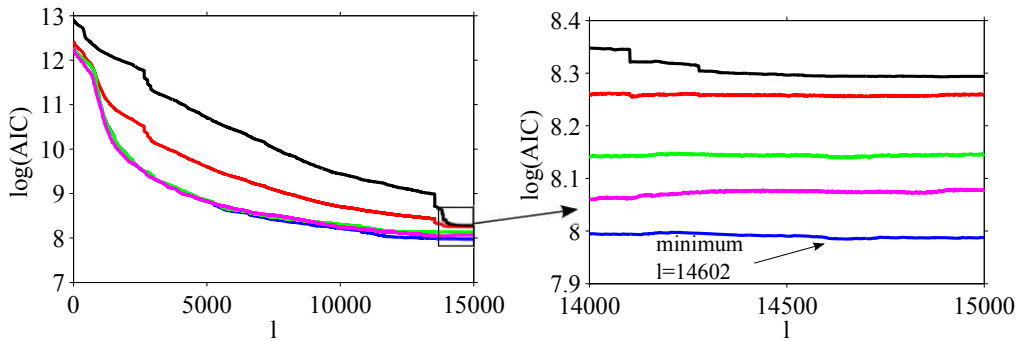


FIGURE 3.13 – Évolution du critère $\log(\text{AIC})$ en fonction du nombre d'itérations l pour l'estimation de $\mathbf{g}_{i,1}$; (à gauche) vue globale, (à droite) zoom; — $\lambda_2 = 100$, — $\lambda_2 = 50$, — $\lambda_2 = 10$, — $\lambda_2 = 1$, — $\lambda_2 = 0$.

On choisira dans ce cas la solution obtenue à l'itération $l = 14602$ avec $\lambda_2 = 10$, couple pour lequel l'estimateur AIC est minimal. Afin de diminuer le temps de calcul total, la recherche du coefficient λ_2 optimal parmi les valeurs $\lambda_2 = 0; 1; 5; 10; 100$ n'est effectué que pour le calcul de la solution $\mathbf{g}_{i,1}$ avec $i = (1, \dots, N_s)$. On utilisera ensuite $\lambda_2 = 10$ pour le calcul des fonctions $\mathbf{g}_{i,2}$ à \mathbf{g}_{i,N_m} . Pour chacune de ces solutions, le nombre d'itérations optimal est cependant recalculé selon le critère AIC. On fait ici l'hypothèse que ces autres fonctions de Green à estimer présentent un nombre de composantes non nulles du même ordre de grandeur que la première. Pour information, le calcul de 15000 itérations est obtenu en 5h à partir d'un code implémenté sur $\text{\textcircled{R}}\text{MATLAB}$ et sur une machine mono-cœur.

À titre d'exemple, Fig. (3.14) représente les fonctions de Green estimées $g_{1,1}$ et $g_{42,25}$. Pour comparaison, la formulation analytique est superposée. Dans chacun des deux cas, on représente la fonction de Green dans le domaine temporel ainsi que le module et la phase de son spectre entre f_{\min} et f_{\max} . Le tableau (3.1) récapitule les erreurs moyennes et maximales obtenues en module et en phase pour l'ensemble des fonctions de Green estimées. Ces erreurs sont calculées selon Eq. (2.30) pour le module et selon Eq. (2.31) pour la phase.

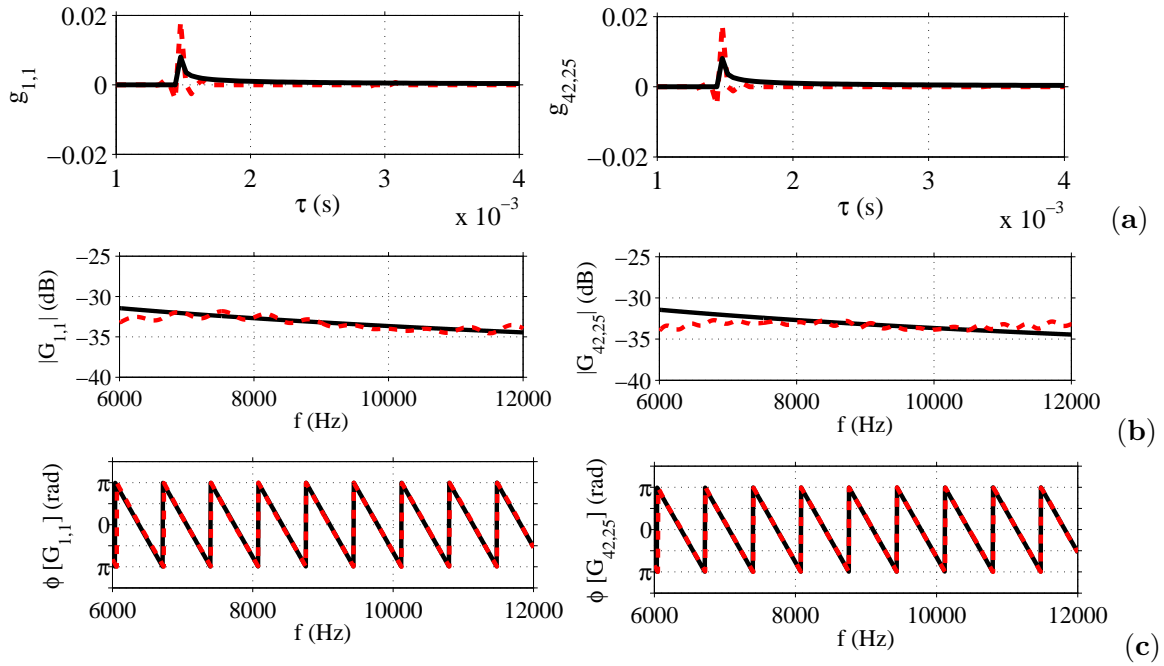


FIGURE 3.14 – Fonction de Green pour le cas du champ libre 2D. (a) Représentation temporelle, (b) module du spectre, (c) phase de la transformée du spectre. — Formulation analytique, - - estimation.

	ϵ_{moy}	ϵ_{max}
$ G^{caa}(f) $	0.62 dB	3.12 dB
$\phi[G^{caa}(f)]$	0.11 rad	0.33 rad

TABLE 3.1 – Écart moyen et maximum avec la fonction de Green analytique en module et en phase sur la bande $[f_{min}; f_{max}]$ pour l'ensemble des fonctions de Green estimées.

Pour les deux cas présentés, l'estimation numérique de la fonction de Green ne permet pas de reconstruire parfaitement la fonction de Green dans le domaine temporel. Ceci est dû à la bande de fréquences limitée de la simulation de la propagation. On note cependant que le pic principal de la fonction de Green estimée est positionné au même temps discret que celui de la fonction de Green analytique. Cette comparaison n'est pas forcément favorable dans le domaine temporel. Le module des fonctions estimées présente alors un très bon accord avec le module des formulations analytiques. On notera toutefois un écart positif ou négatif avec la formulation analytique légèrement plus important en bordure de $[f_{min}, f_{max}]$. Comme il a été évoqué lors de la présentation de *sAbrinA_v0*, un calcul mono-source 2D de la propagation avec comparaison analytique est effectué en annexe A.2. L'écart entre le champ calculé et le champ analytique est négligeable pour f_{min} et f_{max} . On en peut ainsi supposer que les effets de bords observés proviennent non pas de la simulation numérique de propagation mais de la nature même de la méthode d'estimation de la fonction de Green. Les erreurs moyenne et maximum sur $[f_{min}, f_{max}]$ valent respectivement 0.63 dB et 3.12 dB. On note également un très bon accord en phase avec la formulation analytique. L'erreur moyenne est de 0.11 rad et l'erreur maximum vaut 0.33 rad. Ces valeurs d'erreur obtenues sont conformes à celles prévues par l'étude paramétrique effectuée Sec. 3.3. Pour l'étape suivante, on note $g_{i,n}^{caa}(t)$ la fonction de Green estimée dans le domaine temporel et $G_{i,n}^{caa}(f)$ son spectre.

3.4.3 Formation de voies

Dans l'exemple suivant, les fonctions de Green estimées $g_{i,n}^{caa}(t)$ sont utilisées pour la mise en œuvre de la technique de formation de voies. On considère une source ponctuelle harmonique dont le niveau RMS vaut 1 Pa^2 et dont la fréquence f_0 est telle que $f_0 \in [f_{min}, f_{max}]$. Elle est positionnée en un des points de focalisation pour lesquels la fonction de Green a été estimée. Afin d'appliquer la formation de voies, on synthétise analytiquement les signaux des N_m microphones ayant reçu le signal issu cette source. Pour une source harmonique de niveau RMS unitaire et de fréquence f_0 placée au point de focalisation \mathbf{y}_i , le spectre $P_n(f)$ du signal reçu par le microphone n est obtenu à partir de l'équation suivante,

$$P_n(f) = G_{i,n}(f_0), \quad (3.22)$$

avec $G_{i,n}(f)$ la fonction de Green analytique champ libre à deux dimensions dans le domaine fréquentiel définie par Eq. (A.10). On forme ensuite la matrice interspectrale des

signaux reçus $\Gamma_{n,m}(f) = P_n(f)P_m^*(f)$. À partir de cette matrice $\Gamma_{n,m}(f)$, de la transformée de Fourier de la fonction de Green estimée $G_{i,n}^{\text{caa}}(f)$, et pour toutes les positions de focalisation \mathbf{y}_i , on met en œuvre l'opérateur de formation de voies que l'on note $F^{\text{beam}}(G^{\text{caa}})$ défini au chapitre I par Eq. (1.11).

Le résultat pour une source positionnée successivement en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m est tracé Fig. (3.15). Pour ces deux cas, on considère les fréquences $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz. À titre de comparaison, la courbe obtenue avec l'opérateur de formation de voies utilisant la fonction de Green analytique G , noté $F^{\text{beam}}(G)$, est superposée.

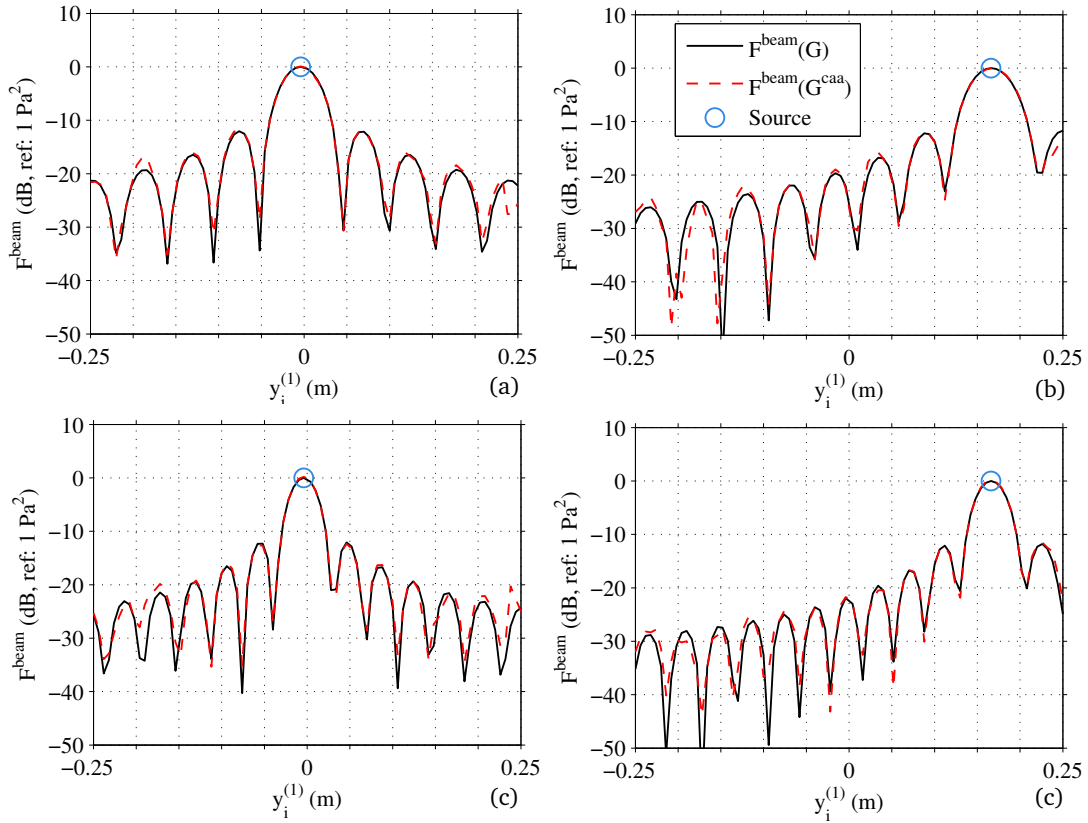


FIGURE 3.15 – Formation de voies en champ libre 2D. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (a) et avec $f_0 = 10500$ Hz (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (b) et avec $f_0 = 10500$ Hz (d).

Pour les cas considérés, les résultats obtenus avec la fonction de Green estimée présentent un très bon accord avec ceux obtenus *via* la fonction de Green analytique. La méthode permet de localiser et mesurer le niveau de la source avec une précision quasi exacte.

On cherche ensuite à évaluer les performances de la méthode de manière plus globale et objective. Celle-ci est mise en œuvre pour une source monopolaire placée tour à tour en

chacun des points de focalisation avec une fréquence variant de f_{\min} à f_{\max} . La position et le niveau du maximum de formation de voies, correspondants à la position et au niveau de la source estimés, sont enregistrés de manière automatique. La figure (3.16.a) représente la position de source estimée en fonction de la position de source réelle pour une fréquence d'émission de 9000 Hz. Pour cette même fréquence, on représente Fig. (3.16.b) le niveau estimé en fonction de la position de source. Les figures (3.16.c) et (3.16.d) représentent respectivement la position et le niveau estimés en fonction de la fréquence d'émission pour une source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. Pour chacune des figures, la comparaison des résultats obtenus avec la fonction de Green analytique est effectuée.

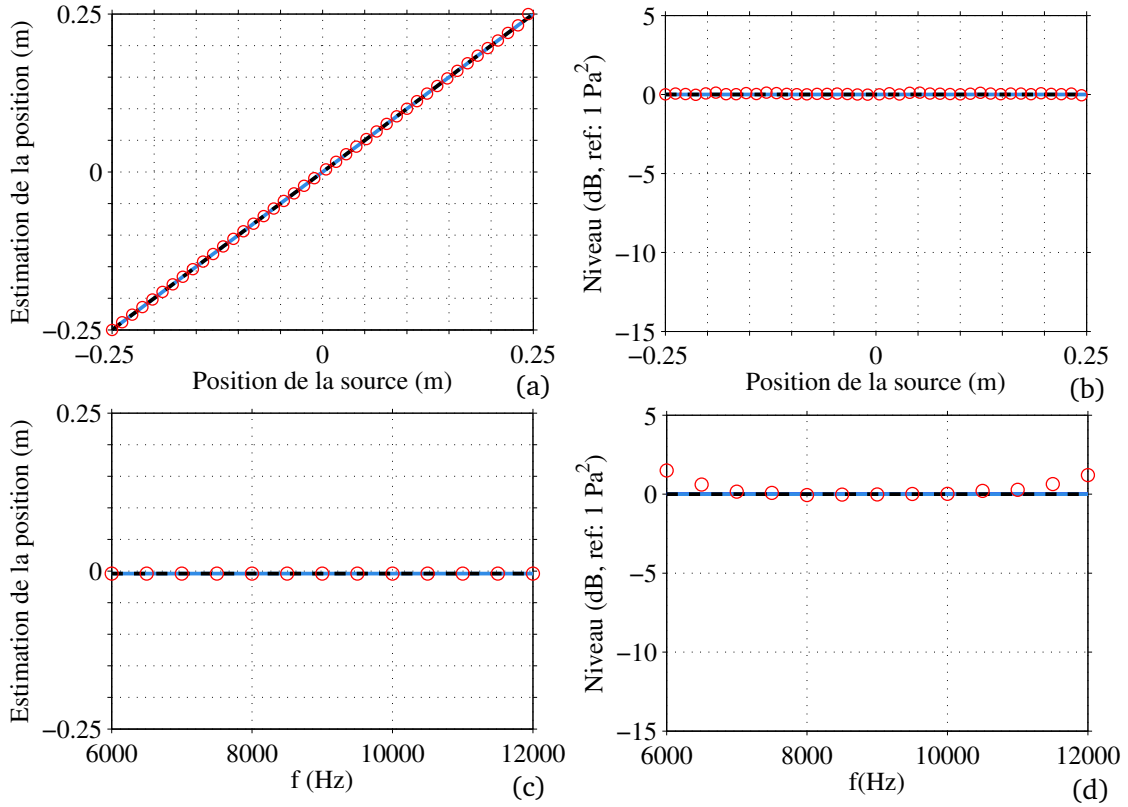


FIGURE 3.16 – Synthèse des résultats pour la formation de voies en champ libre 2D. Position (a) et niveau (b) du maximum en fonction de \mathbf{y}_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position (c) et niveau (d) du maximum en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, - - avec fonction de Green analytique G , \circ avec fonction de Green estimée G^{caa} .

Les résultats obtenus avec notre méthode permettent la localisation parfaite de la source. Dans presque toutes les situations considérées, le niveau estimé présente un écart quasi nul avec le niveau d'émission. On note que pour les fréquences très proches de f_{\min} et de f_{\max} , le niveau de la source est légèrement surévalué (jusqu'à +2 dB). Ces fréquences correspondent aux fréquences pour lesquelles la fonction de Green obtenue par simulation présente un écart en amplitude avec la fonction de Green analytique, voir Fig. (3.14). On peut donc ici directement relier la surestimation de la source à la sous-estimation du

module de la fonction de Green.

La même comparaison est ensuite effectuée en appliquant la méthode itérative DAMAS [7]. Comme évoqué au chapitre I, cette méthode consiste à déconvoluer la réponse de l'antenne de la réponse de l'opérateur de la formation de voies. On note $F^{\text{damas}}(G^{\text{caa}})$ le résultat obtenu avec la fonction de Green estimée G^{caa} et $F^{\text{damas}}(G)$ le résultat obtenu avec la fonction de Green analytique. Pour chaque cas présenté, on s'assure de la convergence de la norme de L_2 de la solution estimée. Pour ce cas du champ libre, la convergence est en moyenne atteinte au bout de 10000 itérations. Comme pour le traitement par formation de voies, on représente Fig. (3.17) les résultats obtenus pour la source harmonique positionnée successivement en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz.

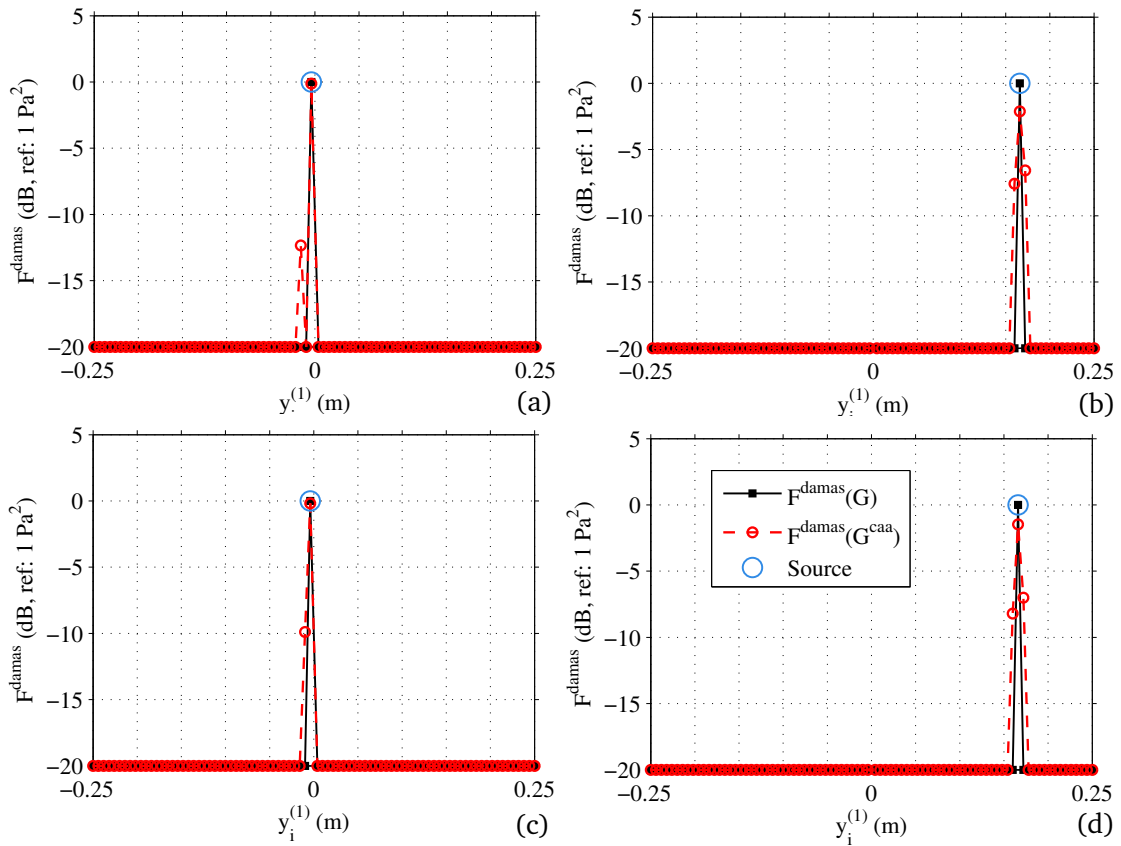


FIGURE 3.17 – Méthode DAMAS mise en œuvre en champ libre 2D. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (a) et avec $f_0 = 10500$ Hz (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (b) et avec $f_0 = 10500$ Hz (d).

Pour les quatre figures tracées, la position du maximum obtenue avec la fonction de Green estimée correspond à la position de la source. On note que pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m le niveau de ce maximum est inférieur au niveau réel de la source (approximative-

ment -1.7 dB pour $f_0 = 7500$ Hz et -2.5 dB pour $f_0 = 10500$ Hz). On note également la présence de deux pics de niveau inférieur entourant ce maximum (approximativement -6.5 et -7.5 dB pour $f_0 = 7500$ Hz, et -7 et -8 dB pour $f_0 = 10500$ Hz). Le niveau acoustique semble être réparti sur deux à trois points autour de la source. Avec la fonction de Green analytique, un seul pic à la position et au niveau de la source est estimé. On peut attribuer cet étalement de la réponse aux erreurs d'estimation de la fonction de Green. La méthode damas étant basée sur la résolution d'un problème inverse, elle est très sensible au bruit et aux erreurs affectant ses données d'entrée, c'est à dire la fonction de Green et les signaux microphoniques. Ce phénomène est rencontré de manière quasi systématique lorsqu'on travaille à partir de signaux microphoniques expérimentaux. Afin d'estimer le niveau des sources, les auteurs de la méthode recommandent l'intégration du résultat autour du maximum obtenu [7].

Comme pour la formation de voies, on cherche à synthétiser les résultats obtenus avec la méthode. On considère une source monopolaire placée successivement en chacun des points de focalisation et pour un ensemble de fréquences comprises entre f_{\min} et f_{\max} . La position du maximum et le niveau acoustique intégré sur les 5 points entourant ce maximum sont automatiquement calculés.

La figure (3.18.a) représente la position de source estimée en fonction de la position de source réelle pour une fréquence d'émission de 9000 Hz. Pour cette même fréquence, on représente Fig. (3.18.b) le niveau intégré en fonction de la position. Les figures 3.18.c et 3.18.d représentent respectivement le niveau intégré et la position estimée en fonction de la fréquence d'émission pour une source positionnée au centre en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m.

On remarque premièrement que l'intégration des résultats obtenus avec la fonction de Green estimée permet une très bonne mesure du niveau de la source. Pour toutes les configurations considérées, l'écart avec le niveau réel de la source est très faible. On notera toutefois que le niveau est légèrement surestimé pour les fréquences proches des bornes fréquentielles. Comme pour la formation de voies on note jusqu'à $+2$ dB pour $f_0 = 6000$ Hz et $f_0 = 12000$ Hz. De la même manière, on peut relier ce phénomène aux effets de bord observés lors de l'estimation de la fonction de Green. Au vu des résultats, on peut supposer qu'un élargissement de 500 Hz de part et d'autre de la bande utile permettrait d'éviter ce phénomène pour les fréquences $f_0 = 6000$ Hz et $f_0 = 12000$ Hz. Les performances en matière de localisation sont également très satisfaisantes, la position de la source étant correctement estimée pour tous les cas considérés.

Ce cas simple nous a permis d'illustrer et de valider le fonctionnement complet de la méthode de formation de voies avec fonction de Green estimée par simulation. L'application de la formation de voies aux fréquences limites d'estimation de voies nous a aussi permis d'observer l'influence d'erreur d'estimation de la fonction de Green sur la qualité de reconstruction des sources acoustiques. Le cas test présenté au paragraphe suivant considère la présence d'un écoulement et d'un obstacle rigide dans le champ de propagation.

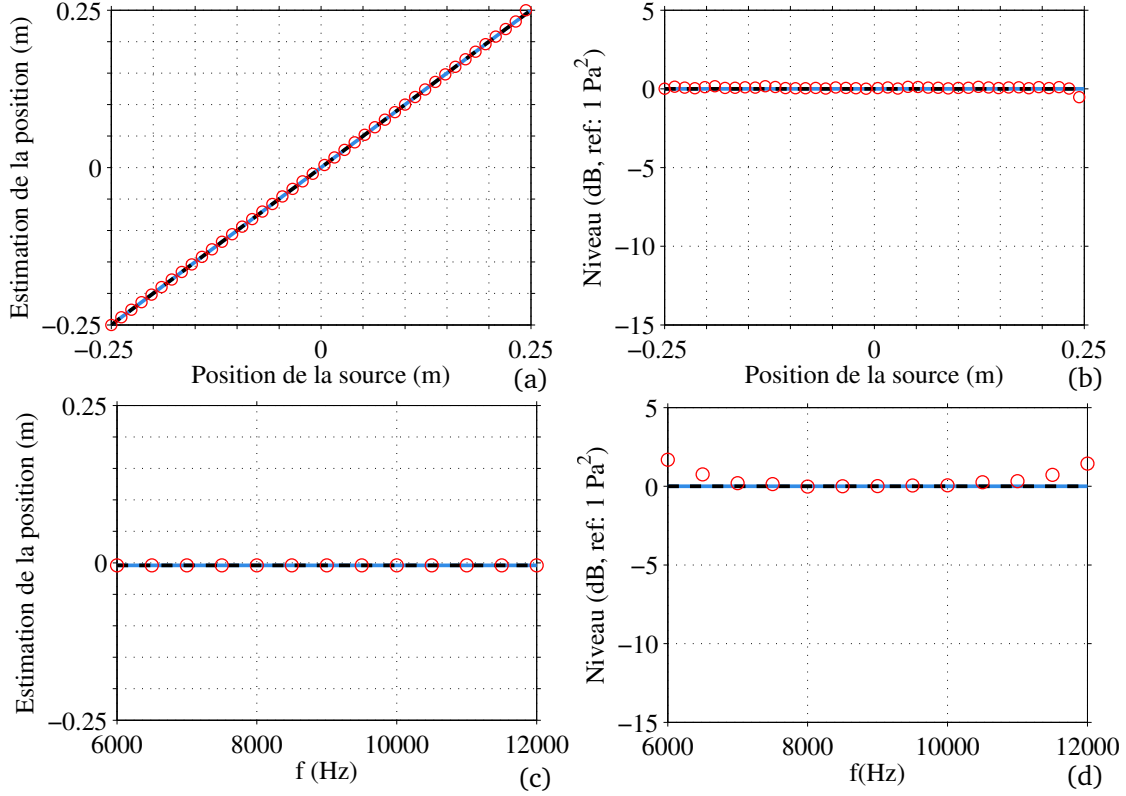


FIGURE 3.18 – Synthèse des résultats pour la la méthode DAMAS en champ libre 2D. Position du maximum (a) et niveau intégré autour du maximum (b) en fonction de \mathbf{y}_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position du maximum (c) et niveau intégré autour du maximum (d) en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, - - avec fonction de Green analytique G , \circ avec fonction de Green estimée G^{caa} .

3.5 Imagerie en présence d'un écoulement uniforme et d'une paroi infinie.

On s'intéresse au cas de l'imagerie en 2D en présence d'un écoulement uniforme et d'une paroi infinie. L'antenne de microphone, le plan de focalisation et les distances caractéristiques sont identiques à ceux utilisés pour le précédent cas du champ libre à deux dimensions. On considère un écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.2$, parallèle à l'antenne et au plan, orienté dans la direction $x^{(1)}$ positive. On ajoute à cela une paroi infinie parallèle à cet écoulement et située à 0.05 m du plan de focalisation. Ainsi l'énergie du champ réfléchi reçu par les microphones est d'un ordre de grandeur comparable à celui du champ incident. La situation est représentée Fig. (3.19).

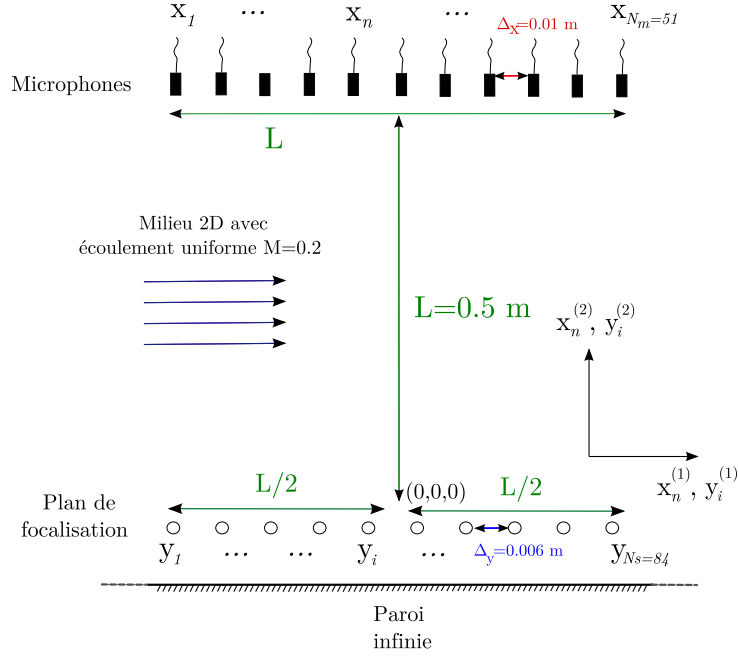


FIGURE 3.19 – Schématisation du cas de validation en champ libre 2D en présence d'un écoulement uniforme dans la direction $x^{(1)}$ positive et d'une paroi infinie.

Pour un point source en \mathbf{y}_i , un microphone en x_n et un écoulement uniforme de nombre de Mach M dans la direction $x^{(1)}$ positive, la fonction de Green champ libre 2D convectée est définie dans le domaine fréquentiel par la formule suivante,

$$G_{i,n}(f) = \frac{i}{4} H_0^2 \left(\frac{k R_{i,n}^{ec}}{\beta^2} \right) \exp \left(ikM \left(x_n^{(1)} - y_i^{(1)} \right) \right). \quad (3.23)$$

En appliquant la méthode des sources images [48] à cette fonction de Green, il est possible de prendre en compte la présence de la paroi infinie en plus de l'écoulement uniforme. Ainsi pour le cas présenté, on définit la fonction de Green analytique par l'équation,

$$G_{i,n}(f) = \frac{i}{4} H_0^2 \left(\frac{k R_{i,n}^{ec}}{\beta^2} \right) \exp \left(ikM \left(x_n^{(1)} - y_i^{(1)} \right) \right) + \frac{i}{4} H_0^2 \left(\frac{k R_{i,n}^{ec'}}{\beta^2} \right) \exp \left(ikM \left(x_n^{(1)} - y_i^{(1)'} \right) \right) \quad (3.24)$$

avec

$$\begin{aligned} \beta^2 &= 1 - M^2 \\ R_{i,n}^{ec} &= \sqrt{\beta^2 \left(x_n^{(2)} - y_i^{(2)} \right)^2 + \left(x_n^{(1)} - y_i^{(1)} \right)^2} \\ R_{i,n}^{ec'} &= \sqrt{\beta^2 \left(x_n^{(2)} - y_i^{(2)'} \right)^2 + \left(x_n^{(1)} - y_i^{(1)'} \right)^2} \end{aligned} \quad (3.25)$$

et \mathbf{y}_i' la position symétrique de \mathbf{y}_i par rapport à la paroi infinie. Afin d'estimer la fonction de Green, on effectue alors la simulation de la propagation entre les points de focalisation et les microphones.

3.5.1 Simulation numérique de la propagation

Les paramètres de simulation et les signaux utilisés sont identiques à ceux du cas précédent traité Sec. 3.4.1. On considère ainsi :

- $\delta_x = 0.001$ m (pas de discrétisation spatiale du maillage)
- $\delta_t = 10^{-6}$ s (pas de temps de la simulation)
- $f_{\min} = 6000$ Hz (fréquence minimale des signaux sources)
- $f_{\max} = 12000$ Hz (fréquence maximale des signaux sources)
- $\Delta_f = 5$ Hz (pas de discrétisation fréquentiel des signaux sources)
- $T = 1/\Delta_f = 0.2$ s (période des signaux).

En prenant en compte l'écoulement uniforme à $M = 0.2$, le CFL vaut désormais 0.6. Enfin, la simulation est effectuée sur une durée totale de deux périodes du signal correspondant à 0.4 s. Le maillage précédemment utilisé est alors tronqué sur la ligne correspondant à la paroi infinie. Une condition de réflexion parfaitement rigide est appliquée sur cette ligne.

La figure (3.20) représente les champs normalisés de pression instantanée obtenus par simulation avec une seule source puis pour 84 sources émettant entre f_{\min} et f_{\max} .

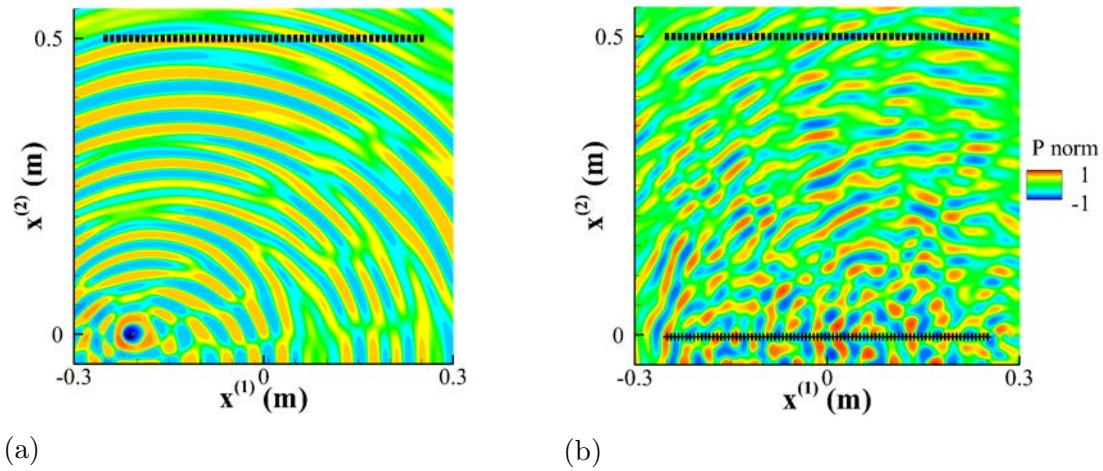


FIGURE 3.20 – Champ normalisé de pression instantanée obtenu par simulation numérique en 2D avec un écoulement uniforme $M = 0.2$ dans la direction $x^{(1)}$ positive et d'une paroi infinie. (a) $N_s = 1$, (b) $N_s = 84$. + Source, ■ microphone.

Le calcul mono-source fait apparaître une déformation des fronts d'onde due à l'écoulement uniforme ainsi qu'un champ d'interférences entre les fronts d'onde incidents et réfléchis. Du fait du grand nombre de sources décorréées, il est difficile d'observer aussi nettement les mêmes effets de propagation pour $N_s = 84$. On doit alors s'assurer de la convergence

du calcul. Celle-ci est atteinte au bout de 0.018 s sur les 0.2 s de la première période de simulation. Comme pour le cas précédent, on en déduit que la période suivante, utilisée pour l'estimation des fonctions de Green, est parfaitement convergée.

3.5.2 Estimation de la fonction de Green

La fonction de Green est ensuite estimée à partir de cette deuxième période en résolvant le problème de minimisation Elastic-net pour chaque microphone. Comme précédemment on doit déterminer la contrainte λ_2 et le nombre d'itérations l optimal. Pour le problème d'estimation associé au microphone 1, on représente Fig. (3.21) l'évolution du logarithme du critère AIC en fonction du nombre d'itérations l pour $\lambda_2 = 0; 1; 10; 50; 100$.

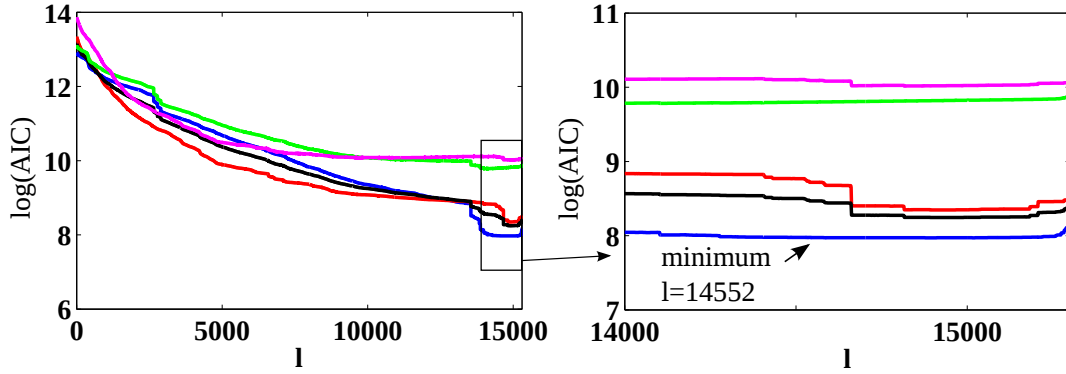


FIGURE 3.21 – Critère $\log(\text{AIC})$ en fonction du nombre d'itérations l de l'algorithme LARS pour l'estimation de la fonction de Green entre les N_s points de focalisation et le microphone 1 ; (à gauche) vue globale, (à droite) zoom ; — $\lambda_2 = 0$, — $\lambda_2 = 1$, — $\lambda_2 = 10$, — $\lambda_2 = 50$, — $\lambda_2 = 100$.

Le minimum du critère AIC est obtenu pour $\lambda_2 = 10$ à l'itération $l = 14552$. Pour l'estimation des fonctions de Green $\mathbf{g}_{i,2}$ à $\mathbf{g}_{i,51}$ avec $i = (1, \dots, N_s)$, on utilisera $\lambda_2 = 10$ et le nombre d'itérations optimal sera déterminé par la même méthode. Le module et la phase des transformées de Fourier des fonctions $g_{1,1}$, $g_{42,25}$ estimées sont tracés Fig. (3.22). À titre de comparaison, la formulation analytique décrite par Eq. (3.24) est superposée. Les erreurs moyennes et maximales obtenues en module et en phase sur f_{\min}, f_{\max} pour l'ensemble des fonctions de Green estimées sont indiquées dans le tableau (3.2).

	ϵ_{moy}	ϵ_{max}
$ G^{\text{caa}}(f) $	0.80 dB	30 dB
$\phi[G^{\text{caa}}(f)]$	0.26 rad	6.1 rad

TABLE 3.2 – Écart moyen et maximum avec la fonction de Green analytique en module et en phase sur la bande $[f_{\min}, f_{\max}]$ pour l'ensemble des fonctions de Green estimées.

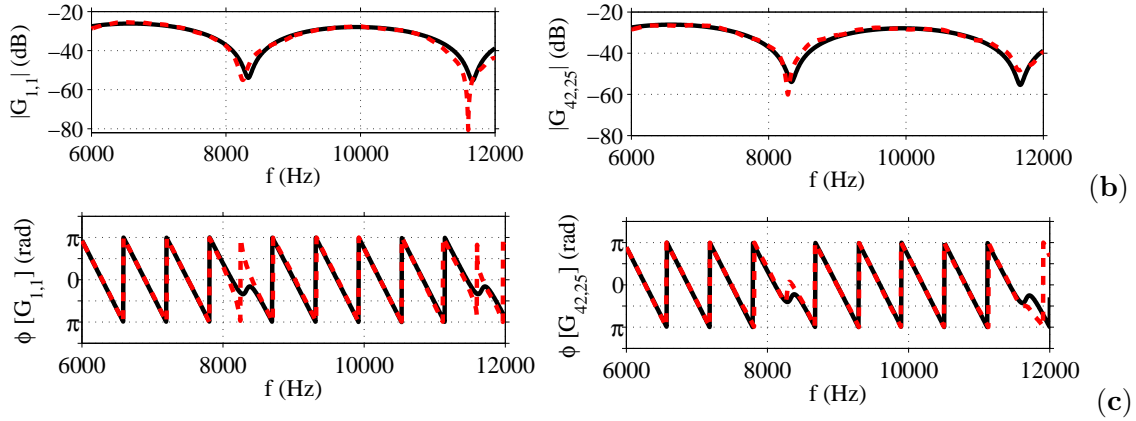


FIGURE 3.22 – Fonction de Green en 2D en présence d'un écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.2$ et d'une paroi infinie. (a) Module du spectre, (b) phase du spectre ; — Référence analytique, - - estimation.

Les résultats présentent un bon accord avec la formulation analytique à la fois en module et en phase, et ceci pour les deux fonctions de Green considérées. Pour les modules des transformées de Fourier, on note un léger décalage avec la formulation analytique. Pour les fréquences qui correspondent aux valeurs les plus faibles du module, on observe un écart important en phase. En conséquence, les valeurs moyennes d'erreur d'estimation en module et en phase sont légèrement plus élevées que dans le cas du champ libre (respectivement 0.80 dB et 0.26 rad contre 0.62 dB et 0.11 rad dans le cas du champ libre). Ces résultats sont toutefois satisfaisants et les écarts avec la formulation analytique en accord avec ceux prévus par l'étude paramétrique.

3.5.3 Formation de voies

On utilise ensuite ces fonctions de Green pour mettre en œuvre la formation de voies. Comme pour le cas du champ libre, on considère une source ponctuelle harmonique de niveau RMS égal à 1 Pa^2 positionnée en un des points de focalisation. Les spectres des N_m signaux microphoniques sont synthétisés à partir de Eq. (3.22). G est ici la fonction de Green analytique à deux dimensions prenant en compte la paroi infinie et l'écoulement uniforme définie par Eq. (3.24). À partir de la transformée de Fourier de la fonction de Green estimée $G_{i,n}^{\text{caa}}(f)$ et des signaux microphoniques, on met en œuvre l'opérateur de formation de voies $F^{\text{beam}}(G^{\text{caa}})$ décrit par Eq. (1.11).

On trace Fig. (3.23) les résultats obtenus pour une source ponctuelle harmonique positionnée en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ puis $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ et $f_0 = 10500 \text{ Hz}$. On trace également les résultats obtenus avec la fonction de Green analytique G prenant en compte le milieu ainsi que ceux obtenus avec la fonction de Green ne prenant en compte que l'écoulement uniforme notée G^{ec} . Les opérateurs formés sont respectivement notés $F^{\text{beam}}(G)$ et $F^{\text{beam}}(G^{\text{ec}})$.

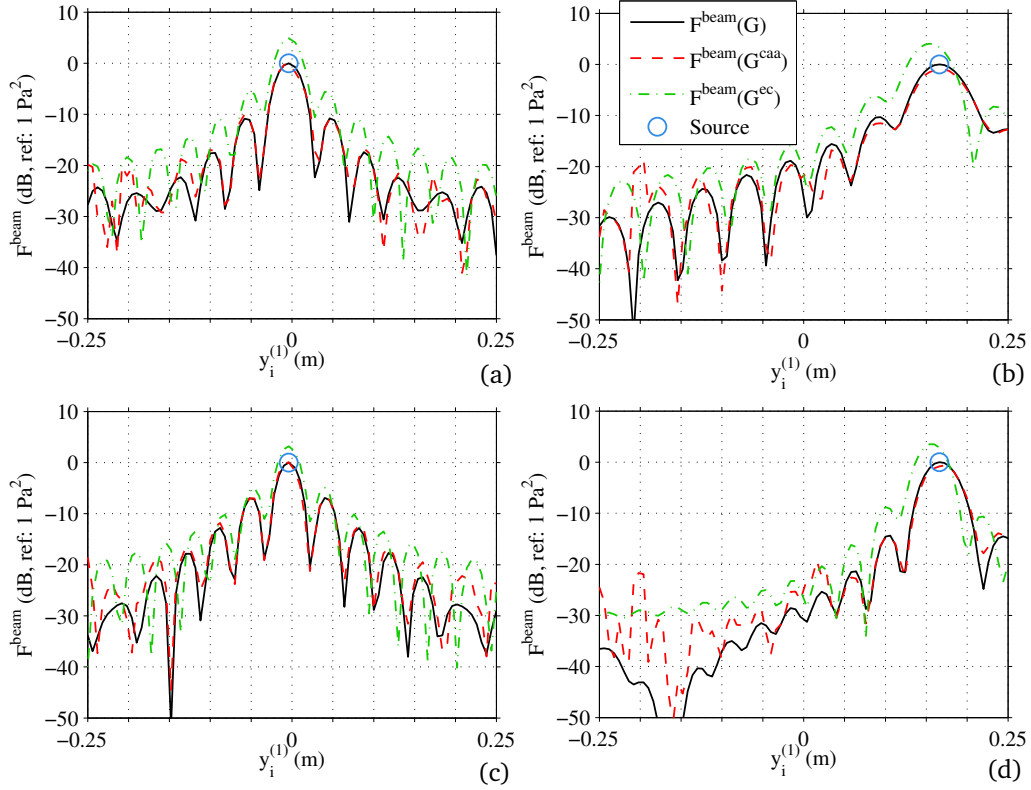


FIGURE 3.23 – Formation de voies pour un milieu 2D avec paroi infinie et écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.2$. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (a) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (b) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (d).

On note tout d'abord que l'utilisation de la fonction de Green G^{ec} ne prenant en compte que la présence de l'écoulement conduit à des résultats erronés. Pour la position de source $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ et pour les deux fréquences considérées, le niveau mesuré est supérieur de plus de 5 dB du niveau réel de la source. Pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$, la position de la source est estimée avec une erreur d'environ 2 cm, et son niveau surestimé d'approximativement 5 dB. On peut ici directement associer ces écarts à la non prise en compte de la paroi infinie.

Pour les deux positions et les deux fréquences considérées, les résultats obtenus avec la fonction de Green estimée G^{caa} présentent un écart très faible avec ceux obtenus grâce à la fonction de Green analytique G prenant en compte le milieu. On note cependant une différence dans la forme des lobes secondaires de niveau inférieur à -20 dB . Cela signifie que notre méthode ne permettrait pas de caractériser une source secondaire dont le niveau est inférieur à -20 dB . En pratique, le bruit de mesure généralement observé sur les signaux expérimentaux ne permet de procurer à la formation de voies une dynamique supérieure à 15 dB.

De manière identique au cas du champ libre, la méthode est mise en œuvre pour une source monopolaire placée tour à tour en chacun des points de focalisation. Les figures (3.24.a) et (3.24.b) représentent respectivement la position estimée de le niveau estimée de la source en fonction de la position réelle de la source pour $f_0 = 9000$ Hz. Les figures (3.24.c) et (3.24.d) représentent respectivement la position et le niveau estimés en fonction de la fréquence d'émission f_0 pour une source positionnée au centre en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m.

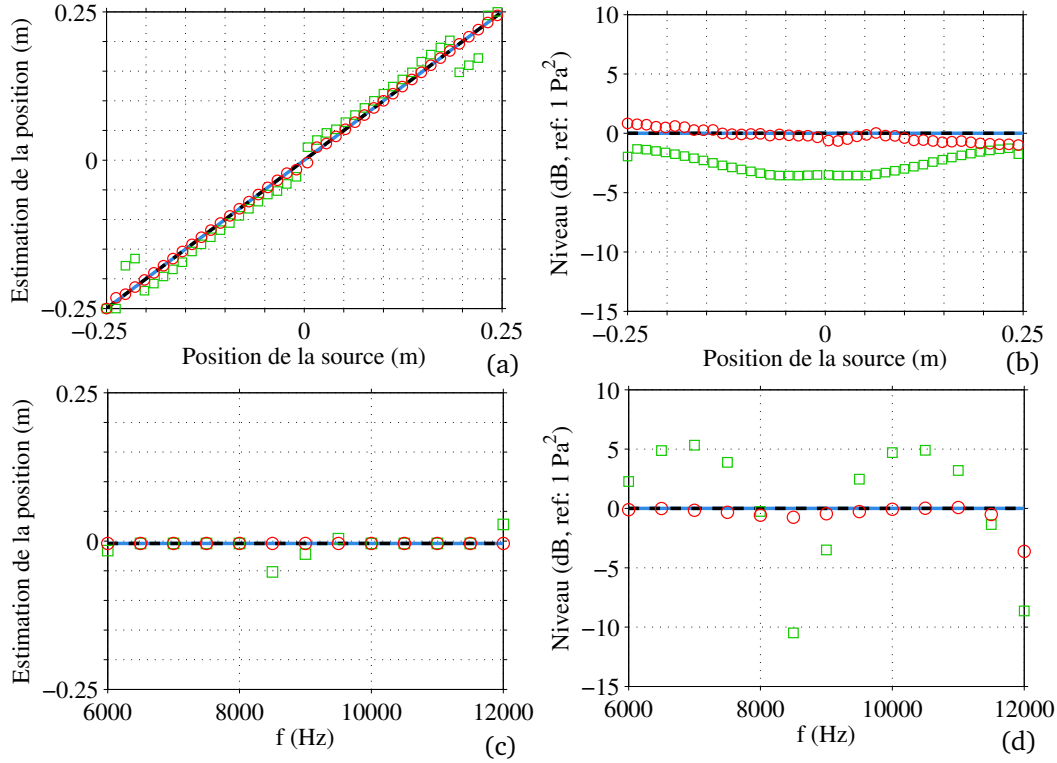


FIGURE 3.24 – Synthèse des résultats pour la formation de voies en 2D en présence d'une paroi infinie et d'un écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.2$. Position (a) et niveau (b) du maximum en fonction de \mathbf{y}_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position (c) et niveau (d) du maximum en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, - - avec fonction de Green analytique du milieu G , □ avec fonction de Green analytique en écoulement uniforme G^{ec} , ○ avec fonction de Green estimée G^{caa} .

L'utilisation de la fonction Green G^{ec} ne prenant en compte que l'écoulement conduit principalement à une mauvaise estimation du niveau de la source. La position est elle estimée avec un écart relativement faible par rapport à la position réelle. En effet, c'est principalement l'énergie reçue par les microphones et non la directivité des sources qui est affectée par la présence de la paroi, celle-ci étant parallèle au plan source et à l'antenne de microphone. Pour les quatre comparaisons effectuées, les performances obtenues avec notre méthode sont très satisfaisantes. On note que pour $f_0 = 9000$ Hz, le niveau

des sources positionnées à gauche du plan de focalisation est légèrement surestimé, jusqu'à +1 dB pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.25, 0)$ m. Pour les sources positionnées à droite, ce niveau est légèrement sous-estimé, jusqu'à -1 dB pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.25, 0)$ m (voir Fig. (3.24.b)). On remarque également que pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m, le niveau est sous-estimé de -3 dB pour la fréquence d'émission $f_0 = 12000$ Hz (voir Fig. (3.24.b)). Comme pour le cas du champ libre, on peut interpréter cet écart comme provenant des éventuels effets de bord observés aux fréquences proches de f_{\min} et f_{\max} pour l'estimation de la fonction de Green.

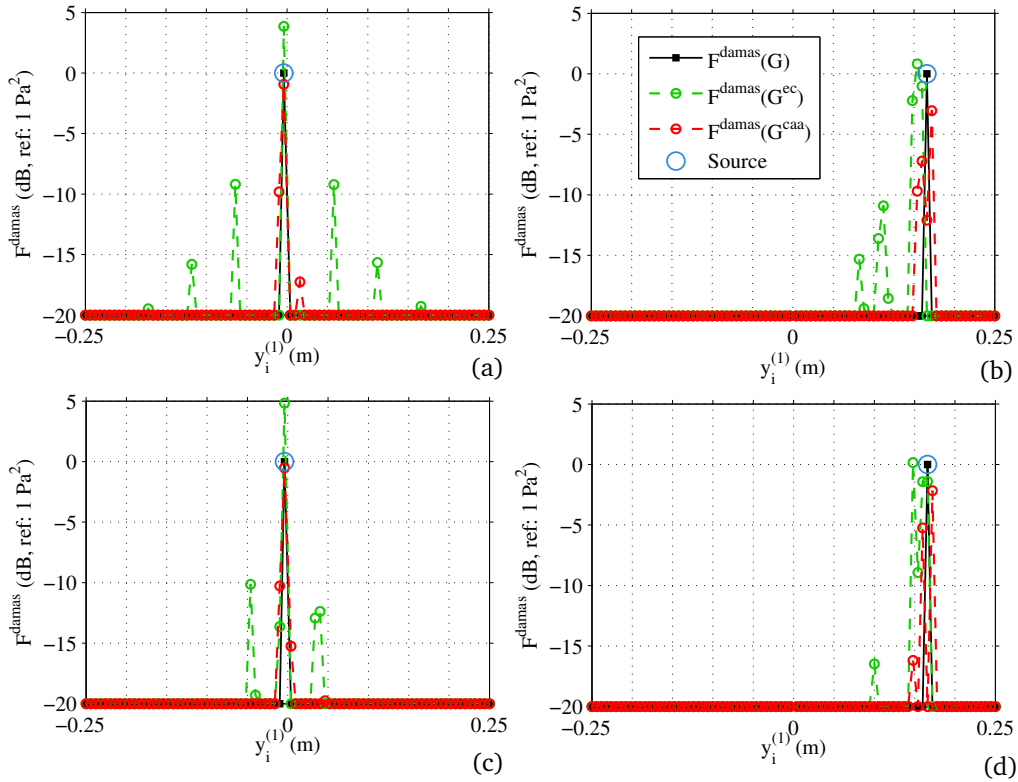


FIGURE 3.25 – Méthode DAMAS mise en œuvre pour le cas d'un milieu 2D en présence d'une paroi infinie et d'un écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.2$. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (a) et avec $f_0 = 10500$ Hz (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (b) et avec $f_0 = 10500$ Hz (d).

Les fonctions de Green estimées sont ensuite utilisées avec méthode DAMAS. On représente Fig. (3.25) les résultats obtenus pour la source harmonique positionnée successivement en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m et pour $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz. On trace également les résultats obtenus avec les fonctions de Green analytiques G et G^{ec} . Pour les trois fonctions de Green, la convergence des solutions est

en moyenne obtenue au bout de 12000 itérations contre 10000 dans le cas du champ libre.

En utilisant $G^{\text{ec}}(f)$, la position est correctement détectée pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m mais le niveau est surestimé (+5 dB, identiquement aux résultats obtenus par formation de voies). Pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m le niveau est surestimé d'environ 3 dB et la position du maximum décalé de 3 cm par rapport à la position réelle. Avec $G^{\text{caa}}(f)$, la position du maximum obtenu est exacte (à un point de focalisation près pour certains cas). Comme en champ libre, le niveau de la source semble correctement estimé, mais réparti sur deux à trois points autour de la position de la source. En utilisant la fonction de Green analytique, un seul pic à la position et au niveau de la source est estimé. On peut à nouveau interpréter cette différence comme provenant des erreurs d'estimation de la fonction de Green.

On représente ensuite en Fig. (3.26.a) et Fig. (3.26.b) la position et le niveau intégré estimé en fonction de la position de la source pour $f_0 = 9000$ Hz. Les figures (3.26.c) et (3.26.d) représentent respectivement le niveau intégré et la position estimée en fonction de la fréquence d'émission pour source positionnée au centre en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m.

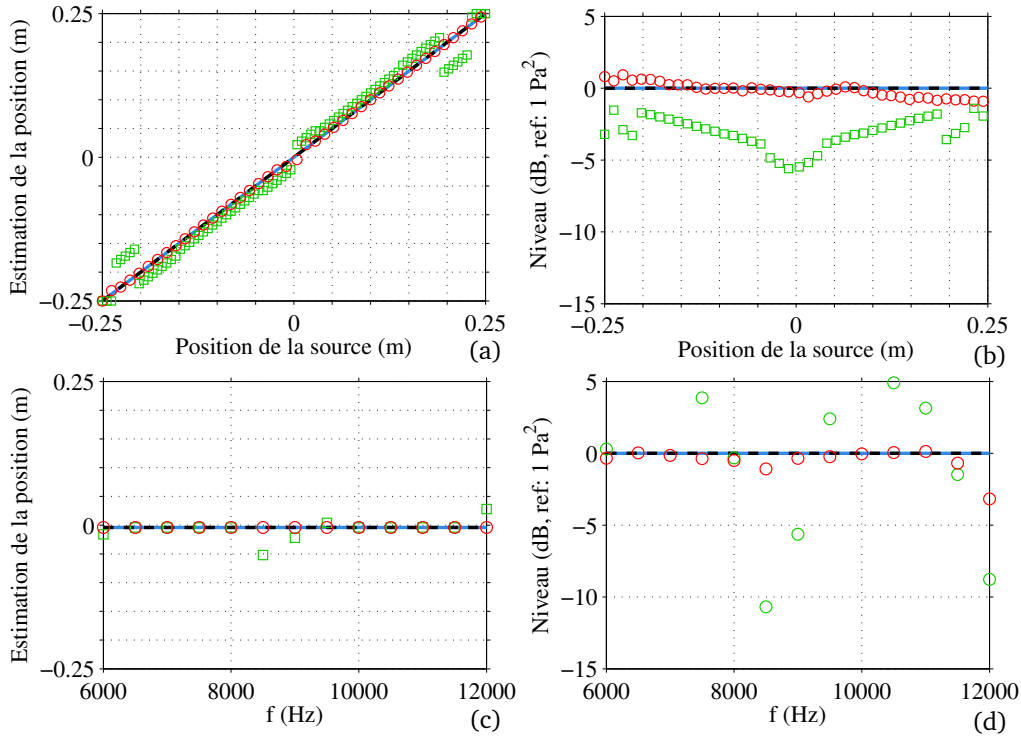


FIGURE 3.26 – Synthèse des résultats pour la méthode DAMAS en 2D en présence d'une paroi infinie et d'un écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.2$. Position du maximum (a) et niveau intégré autour du maximum (b) en fonction de \mathbf{y}_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position du maximum (c) et Niveau intégré autour du maximum (d) en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, - - avec G , ○ avec G^{caa} , □ avec G^{ec} .

Pour presque toutes les configurations considérées, les résultats offerts par notre méthode présentent un très bon accord avec ceux obtenus avec la fonction de Green analytique. Les remarques sont identiques à celles formulées pour la formation de voies. À la fréquence $f_0 = 9000$ Hz, on note une légère variation du niveau estimé en fonction de la position de la source (de +1 dB pour une source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.25, 0)$ m à -1 dB pour une source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.25, 0)$ m, voir Fig. (3.26.b)). Pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m on note également une sous estimation de -2.5 dB du niveau estimé à la fréquence $f_0 = 12000$ Hz (cf Fig. (3.26.d)). Enfin, l'utilisation de la fonction de Green G^{ec} conduit principalement à une mauvaise estimation du niveau de la source (jusqu'à -11 dB pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m et la fréquence $f_0 = 8500$ Hz).

Conclusion du chapitre

Dans ce chapitre, on a décrit le code de simulation numérique de la propagation acoustique puis le type de signaux sources utilisés. L'approche Elastic-Net permettant de régulariser le problème d'estimation des fonctions de Green par une contrainte sur les normes L_1 et L_2 a ensuite été détaillée. Une méthode pour choisir ces deux contraintes de manière optimale et automatique a été proposée. Les performances de la méthode proposée ont également été évaluées en fonction des différents paramètres de simulation choisis. Enfin la méthode a été appliquée aux cas 2D connus analytiquement de la propagation en champ libre et de la propagation en présence d'un écoulement uniforme et d'une paroi infinie. Les fonctions de Green estimées sont en bon accord avec les formulations analytiques, ainsi que les résultats d'imagerie acoustique. On note qu'avec DAMAS, qui est plus sensible au bruit et donc aux erreurs d'estimation de la fonction de Green, les résultats sont légèrement moins résolus spatialement qu'en utilisant la fonction de Green analytique. On peut finalement considérer que notre méthode est pertinente. Divers cas de propagation plus complexes sont étudiés au chapitre suivant.

Chapitre 4

Imagerie dans des milieux à géométrie complexe et/ou en écoulement

Ce chapitre a pour objet l'application de la méthode en présence de géométries et/ou d'écoulements complexes entre les microphones et les sources à caractériser. Dans un premier temps, on placera un disque rigide entre la source et les microphones Sec. 4.1. Ce cas constitue un cas de diffraction intéressant qui présente l'avantage de posséder une solution analytique. Dans un deuxième temps un écoulement potentiel est ajouté autour du disque Sec. 4.2. La configuration étudiée se rapproche alors de celles que l'on peut rencontrer lorsqu'on cherche à caractériser des sources en écoulement situées à proximité d'un d'élément comme un pylône, une voilure, un élément de fuselage ou un quelconque support. Pour le troisième cas traité Sec. 4.3, on met en œuvre la méthode en présence d'une couche de cisaillement entre le plan de focalisation et l'antenne. Comme il a été mentionné au chapitre I, la couche de cisaillement est typiquement rencontrée lorsqu'on met en œuvre l'imagerie de sources dans une soufflerie à veine ouverte avec des microphones situés en dehors de l'écoulement. Enfin, la méthode est appliquée à une configuration plus extrême où les sources sont masquées par une demi-paroi infinie Sec. 4.4. Pour tous les cas considérés, on fait l'hypothèse d'un milieu 2D.

4.1 Présence d'un disque

Le premier cas traité dans ce chapitre est celui de l'imagerie de sources acoustiques en présence d'un disque rigide entre ces sources et les microphones. La configuration étudiée est représentée Fig. (4.1).

Comme pour les deux premiers cas étudiés au chapitre III, on considère une antenne de $N_m = 51$ microphones régulièrement espacés du pas $\Delta_x = 0.01$ m et positionnés en \mathbf{x}_n avec $n = (1, \dots, N_m)$ pour une longueur totale $L = 0.5$ m. On considère un plan de focalisation parallèle à l'antenne et de la même longueur L constitué de $N_s = 84$ points

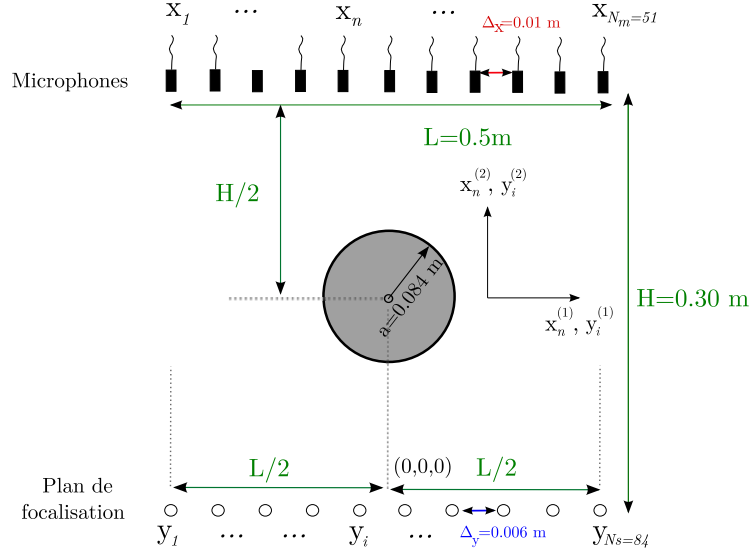


FIGURE 4.1 – Schématisation du cas de l'imagerie acoustique en présence d'un disque parfaitement rigide entre le plan de focalisation et une antenne linéaire de microphones.

régulièrement espacés de $\Delta_y = 0.006 \text{ m}$. Un disque de rayon $a = 0.084 \text{ m}$ parfaitement rigide est positionné dans le champ de propagation. Son centre est situé à égale distance du centre de l'antenne et du centre du plan de focalisation. Afin d'accentuer le masquage de l'antenne de microphones par le disque, la distance entre le plan de focalisation et l'antenne est ramenée de $H = 0.5 \text{ m}$ à $H = 0.3 \text{ m}$ par rapport aux cas de validation du chapitre III.

Dans un tel cas, la fonction de Green est connue analytiquement [49]. Pour un point source en \mathbf{y}_i , un microphone en \mathbf{x}_n et un disque de rayon a dont le centre correspond à l'origine du repère considéré, elle est définie dans le domaine fréquentiel par l'équation suivante :

$$G_{i,n}(f) = \frac{j}{4} \sum_{m=0}^{\infty} \left[J_m(kr_{i,n,<}) - \frac{J'_m(ka)}{H_m^{(2)'}(ka)} H_m^{(2)}(kr_{i,n,<}) \right] H_m^{(2)}(kr_{i,n,>}) \cos(m(\phi_i - \phi_n)) \quad (4.1)$$

avec

$$r_{i,n,<} = \begin{cases} \|\mathbf{x}_n\| & \text{si } \|\mathbf{x}_n\| < \|\mathbf{y}_i\| \\ \|\mathbf{y}_i\| & \text{si } \|\mathbf{x}_n\| > \|\mathbf{y}_i\| \end{cases},$$

$$r_{i,n,>} = \begin{cases} \|\mathbf{x}_n\| & \text{si } \|\mathbf{x}_n\| > \|\mathbf{y}_i\| \\ \|\mathbf{y}_i\| & \text{si } \|\mathbf{x}_n\| < \|\mathbf{y}_i\| \end{cases},$$

$$\phi_i = \cos^{-1} \left(\frac{y_i^{(1)}}{\|\mathbf{y}_i\|} \right),$$

$$\phi_n = \cos^{-1} \left(\frac{x_n^{(1)}}{\|\mathbf{x}_n\|} \right).$$

On note $k = 2\pi f/c$ le nombre d'onde, le symbole $'$ désigne la dérivée, J_m est la fonction de Bessel à l'ordre m et enfin $H_m^{(2)}$ est la fonction de Hankel de deuxième espèce à l'ordre m .

4.1.1 Simulation numérique de la propagation

Les paramètres de simulation sont du même ordre de grandeur que ceux utilisés pour les cas de validation traités Sec. 3.4 et Sec. 3.5. Dans la zone utile de simulation, le pas de discrétisation spatiale vaut au maximum $\delta_x = 10^{-3}$ m et au minimum $\delta_x = 5.10^{-4}$ m (à proximité du disque). Afin de conserver un CFL proche de 0.5, le pas temporel est désormais $\Delta_t = 5.10^{-7}$ s. Les signaux sources sont identiques à ceux des cas précédents. Ils sont synthétisés selon Eq. (A.6) avec

- $f_{\min} = 6000$ Hz (fréquence minimale des signaux sources)
- $f_{\max} = 12000$ Hz (fréquence maximale des signaux sources)
- $T = 1/\Delta_f = 0.2$ s (Pas de discrétisation fréquentiel des signaux sources).

Comme précédemment, afin de s'assurer de la convergence des signaux utilisés pour l'estimation des fonctions de Green, la simulation est effectuée sur une durée totale de 0.4 s correspondant à deux périodes T du signal. Un étirement maille à maille de coefficient 1.04 est appliqué aux mailles entourant la zone utile afin d'assurer des conditions de non-réflexion autour de celle-ci. Ainsi, la taille des mailles les plus éloignées de la zone utile est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde maximale $\lambda_{\max} = c/f_{\min} \sim 0.5$ m (avec $c = 340$ m/s). La figure (4.2) représente alors les champs normalisés de pression instantanée obtenus par simulation pour $N_s = 1$ puis pour $N_s = 84$ sources émettant entre f_{\min} et f_{\max} et positionnées aux points de focalisation.

Le calcul avec une seule source fait apparaître les effets de diffraction par le disque. On distingue clairement une importante zone d'ombre acoustique derrière celui-ci. Dans cette zone, l'amplitude du champ acoustique est nettement plus faible que dans le reste du domaine observé. Ces effets sont plus difficiles à observer pour $N_s = 84$ du fait des contributions de toutes les sources. La convergence du calcul est atteinte au bout de 0.016 s sur les 0.2 s correspondant à la première période de calcul. Comme pour les cas précédents, c'est la deuxième période du calcul qui est utilisée pour l'estimation des fonctions de Green.

4.1.2 Estimation de la fonction de Green

La fonction de Green est estimée selon la méthode Elastic-net par l'algorithme LARS-LEN pour chaque microphone. Comme précédemment, on doit déterminer la contrainte λ_2 et le nombre optimal d'itérations l (équivalent à la contrainte λ_1). Pour le problème d'estimation associé au microphone 1, Fig. (4.3) représente l'évolution de $\log(\text{AIC})$ en fonction du nombre d'itérations l pour $\lambda_2 = 0; 1; 10; 50; 100$.

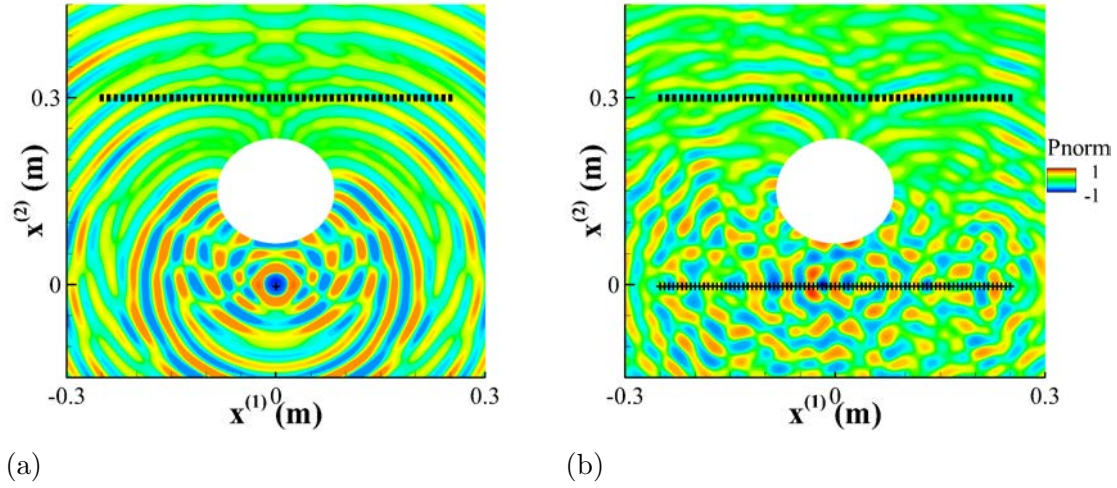


FIGURE 4.2 – Champ normalisé de pression instantanée obtenu en présence d'un disque rigide par simulation avec une fréquence d'émission comprise entre $f_{min} = 6000$ Hz et $f_{max} = 12000$ Hz. (a) Calcul avec $N_s = 1$, (b) Calcul avec $N_s = 84$. + Source, ■ microphone.

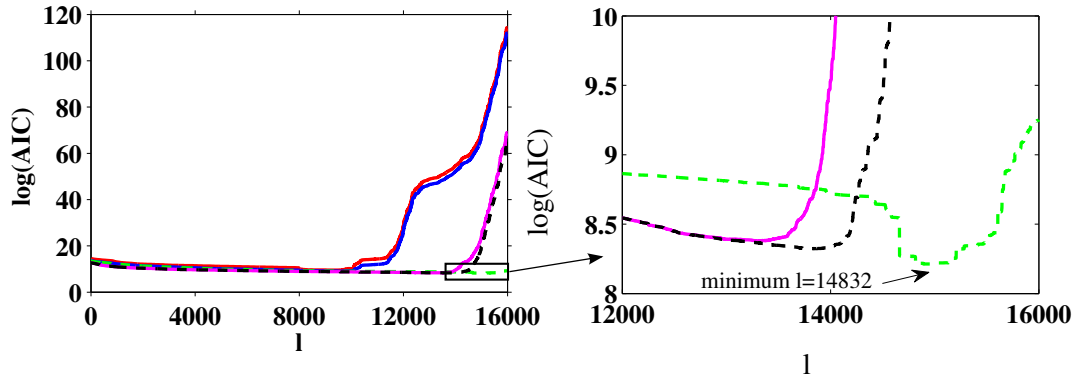


FIGURE 4.3 – Évolution du critère $\log(\text{AIC})$ en fonction du nombre d'itérations de l'algorithme LARS-LEN pour l'estimation de la fonction de Green entre les N_s points de focalisation et le microphone 1 ; (à gauche) vue globale, (à droite) zoom ; — $\lambda_2 = 0$, — $\lambda_2 = 1$, - - $\lambda_2 = 10$, — $\lambda_2 = 50$, — $\lambda_2 = 100$.

Le minimum de $\log(\text{AIC})$ est obtenu pour $\lambda_2 = 10$ à l'itération $l = 14832$. On note que ces valeurs sont très proches de celles qui sont observées pour les deux premiers cas de validation du chapitre III. Pour l'estimation des fonctions de Green $\mathbf{g}_{i,2}$ à $\mathbf{g}_{i,51}$ associées aux microphones 2 à 51, on utilise $\lambda_2 = 10$ et le nombre d'itérations optimal est déterminé selon la même méthode. À titre d'illustration, le module et la phase des transformées de Fourier $G_{1,1}$ et $G_{42,25}$ des fonctions $g_{1,1}$ et $g_{42,25}$ estimées sont tracés Fig. (4.4). La formulation analytique de la fonction de Green est superposée pour comparaison. Les erreurs moyennes et maximales obtenues en module et en phase sur la bande $[f_{min}, f_{max}]$ pour l'ensemble des fonctions de Green estimées sont indiquées dans Tab. (4.1). Ces erreurs

sont calculées selon Eq. (2.30) pour le module et Eq. (2.31) pour la phase.

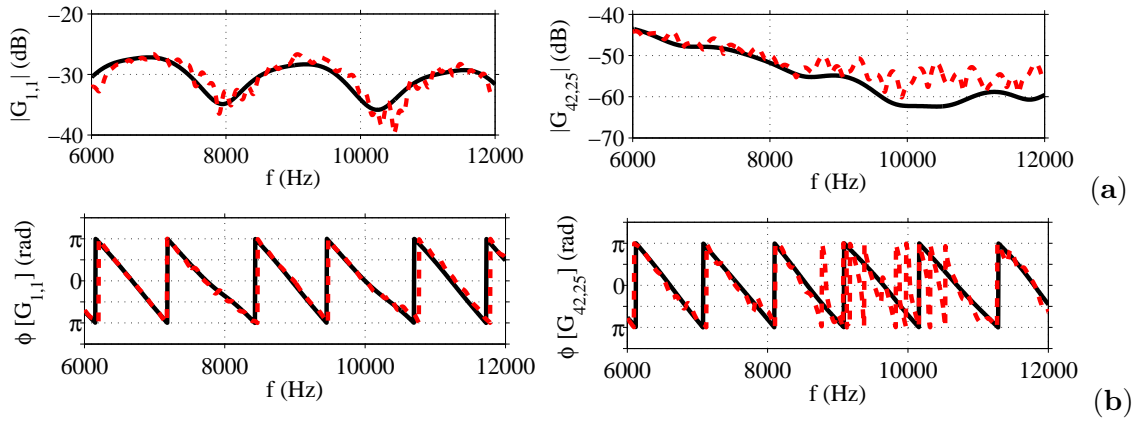


FIGURE 4.4 – Fonction de Green en 2D en présence d'un disque rigide entre le plan de focalisation et les microphones. **(a)** Module du spectre, **(b)** phase du spectre. — Référence analytique, - - estimation.

	ϵ_{moy}	ϵ_{max}
$ G^{caa}(f) $	0.80 dB	13 dB
$\phi[G^{caa}(f)]$	0.27 rad	6.25 rad

TABLE 4.1 – Écart avec la fonction de Green analytique en module et en phase sur la bande $[f_{min}, f_{max}]$ pour l'ensemble des fonctions de Green estimées.

Pour la fonction de Green $G_{1,1}$, l'estimation fournie par notre méthode présente un bon accord global avec la référence analytique, le module et la phase étant correctement estimés. On notera juste, pour le module, la présence d'oscillations de faible amplitude (environ $\pm 1dB$). Pour $G_{42,25}$, l'estimation présente un bon accord en module et en phase entre $f = 6000$ Hz et $f = 9000$ Hz et entre $f = 11000$ Hz et $f = 12000$ Hz. Comme pour $G_{1,1}$, on note la présence de légères oscillations pour le module de la transformée de Fourier. Entre $f = 9000$ et $f = 11000$ Hz, l'amplitude de ces oscillations augmente. Le niveau moyen est plus élevé que celui de la référence. Pour cette plage de fréquences, la phase estimée présente un accord limité avec la phase analytique.

En observant la configuration géométrique utilisée, on peut supposer que la contribution de la source $i = 1$ au signal enregistré par le micro $n = 1$ est relativement importante par rapport à celles des autres sources. D'une part, cette source est la plus proche du micro $n = 1$, et d'autre part son champ incident n'est pas masqué par le disque. On peut supposer l'existence du phénomène inverse entre la source $i = 42$ et le micro $n = 25$. Pour ce cas, le microphone se trouve au centre de la zone d'ombre acoustique créée par le disque. La contribution des autres sources au signal micro $n = 25$ est alors plus importante que

celle de la source $i = 42$.

On en déduit que plus la contribution d'une source au signal d'un microphone est importante, plus la qualité relative de reconstruction de la fonction de Green entre cette source et le microphone est bonne. On peut expliquer cela d'un point de vue mathématique en se référant à l'équation normale associée au problème de minimisation résolu définie Eq. (2.15). Plus la contribution relative d'une source i au signal microphonique p_n^{caa} est grande, plus le terme diagonal $C_{s_i, s_i}(\tau_q) * g_{i, n}(\tau_q)$ est important par rapport aux termes croisés $C_{s_j, s_i}(\tau_q) * g_{j, n}(\tau_q)$. Ainsi, le conditionnement du problème est amélioré et l'estimation de la fonction de Green $g_{i, n}$ facilitée. Le même raisonnement peut être fait de manière inverse, par exemple pour une source i cachée.

On peut imaginer compenser cet effet en jouant sur le rapport entre les amplitudes des sources dans la simulation numérique. Par exemple, pour l'estimation difficile de la fonction $G_{42, 25}$, où la source 42 est cachée par le disque, l'augmentation du niveau du signal $s_{42}(t_k)$ par rapport aux autres signaux sources permettrait d'améliorer le conditionnement du problème et donc d'améliorer la qualité d'estimation. Mais si l'on se place du point de vue du microphone 51, la source la plus cachée par le disque est cette fois la source 1. L'augmentation du niveau signal source $s_{42}(t_k)$ rend par exemple l'estimation de la fonction $G_{51, 1}$ encore plus difficile. Ainsi pour le cas du disque, il apparaît que rééquilibrer la contribution des sources pour un microphone donné revient forcément à la déséquilibrer pour un autre microphone. On doit alors garder cet effet à l'esprit pour les cas suivants à étudier.

De manière plus globale, l'erreur moyenne enregistrée pour l'ensemble des fonctions estimées est du même ordre de grandeur que celle enregistrée pour le cas de la paroi infinie et de l'écoulement uniforme. On note une erreur moyenne en module de 0.80 dB et une erreur moyenne en phase de 0.27 rad. Ces résultats sont satisfaisants et les écarts mesurés avec la formulation analytique du même ordre de grandeur que ceux prévus par l'étude paramétrique.

4.1.3 Formation de voies

Les transformées de Fourier des fonctions de Green estimées, que l'on note G^{caa} , sont utilisées pour effectuer la formation de voies. Comme pour les cas de validation traités au chapitre III, on considère une source ponctuelle harmonique dont le niveau RMS est 1 Pa² dB positionnée en un des points de focalisation i . Les spectres des N_m signaux microphoniques sont synthétisés selon une simulation analytique à partir de Eq. (3.22). G est ici la fonction de Green analytique 2D prenant en compte la présence du cylindre rigide donné par Eq. (4.1). À partir de G^{caa} et des spectres microphoniques, on met en œuvre l'opérateur de formation de voies $F^{\text{beam}}(G^{\text{caa}})$ qu'on a défini par Eq. (1.11). On forme également $F^{\text{beam}}(G)$ et $F^{\text{beam}}(G^{\text{cl}})$, où G^{cl} est la fonction de Green champ libre 2D définie par Eq. (A.10). Les courbes obtenues pour une source ponctuelle harmonique positionnée en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m sont tracées Fig. (4.5) avec $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz.

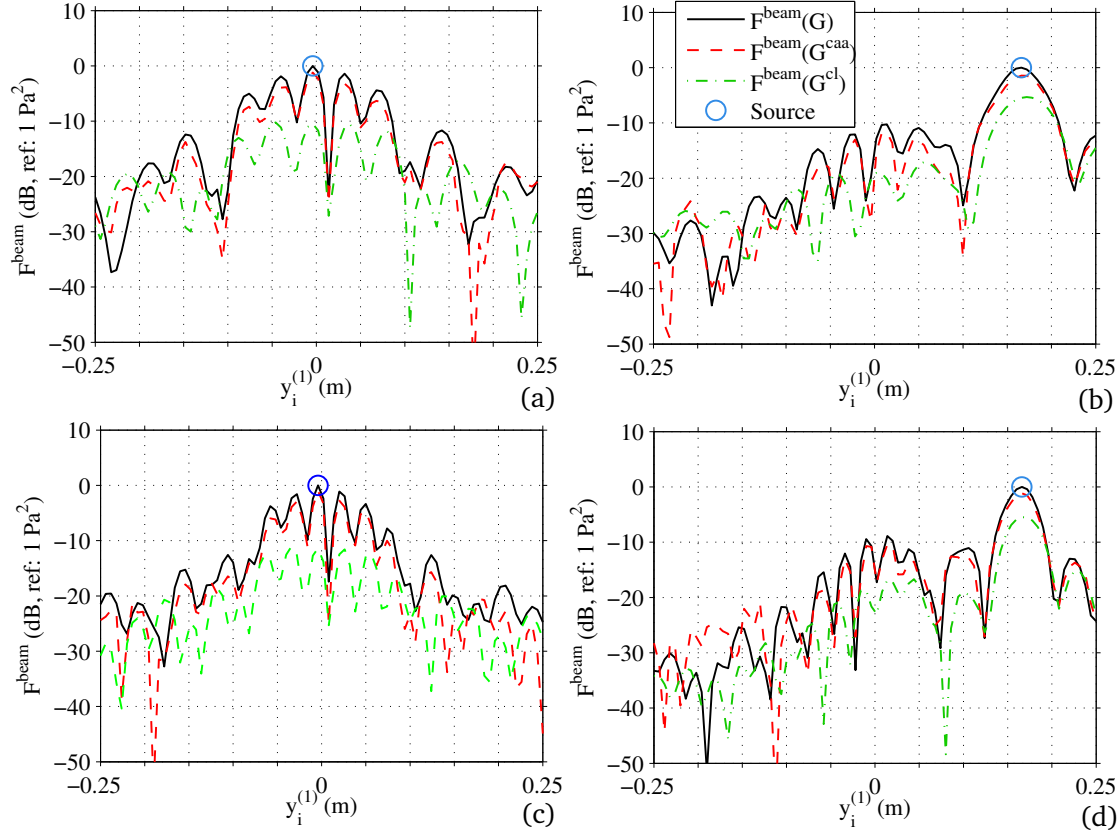


FIGURE 4.5 – Formation de voies pour un milieu 2D en présence d'un disque rigide. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (a) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (b) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (d).

Lorsque $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$, la fonction de Green champ libre G^{ec} ne rend pas possible la localisation de la source. Pour les deux fréquences considérées, les résultats obtenus présentent plusieurs maxima dont le niveau est situé 10 dB en deçà du niveau attendu. Pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$, on note la présence d'un maximum décalé de 1 cm par rapport à la position de la source. Son niveau est de -5 dB pour $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ et de -6 dB pour $f_0 = 10500 \text{ Hz}$.

Les résultats obtenus avec la fonction de Green estimée G^{caa} sont très proches de ceux obtenus avec la fonction de Green analytique G . Pour tous les cas présentés, la position du maximum correspond à celle de la source. Le niveau mesuré est lui très légèrement sous-estimé, (-1 dB d'écart au maximum pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0) \text{ m}$ et la fréquence $f_0 = 10500 \text{ Hz}$). Aussi bien avec G^{caa} qu'avec G , on note que pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$, les courbes obtenus par formation de voies possèdent une dynamique beaucoup plus faible que pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0) \text{ m}$. Dans le premier cas, le niveau des premiers lobes secondaires est de -3 dB alors que, dans le deuxième, celui-ci est de -10 dB . Pour rappel, le niveau des premiers lobes secondaires

est de -13 dB en champ libre. La position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m correspond à une configuration où la source est située au centre du plan de focalisation, elle est donc masquée par le disque du point de vue de l'antenne de microphone. La diminution de la dynamique signifie que le masquage rend la forme des signaux microphoniques reçus moins sensibles à une variation de la position de la source.

On trace ensuite Fig. (4.6.a) la position estimée, et Fig. (4.6.b) le niveau estimé en fonction de la position de la source pour $f_0 = 9000$ Hz. Les figures (4.6.c) et (4.6.d) représentent respectivement la position et le niveau estimé en fonction de la fréquence d'émission pour une source positionnée de manière centrale en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m.

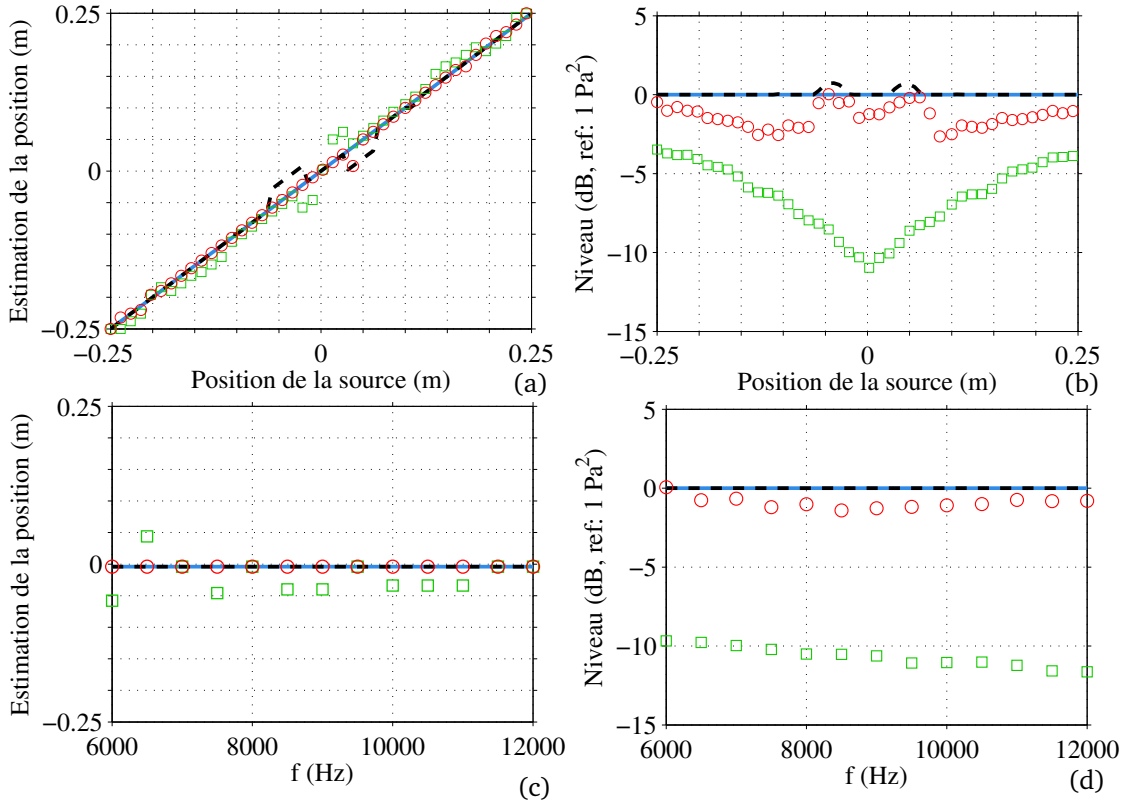


FIGURE 4.6 – Synthèse des résultats pour la formation de voies en 2D en présence d'un disque rigide. Position (a) et niveau (b) du maximum en fonction de \mathbf{y}_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position (c) et niveau (d) du maximum en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, - - avec fonction de Green analytique du milieu G , \square avec fonction de Green analytique champ libre G^{cl} , \circ avec fonction de Green estimée G^{caa} .

On note alors qu'avec la fonction de Green estimée, la position de la source est correctement mesurée pour la quasi-totalité des positions et fréquences traitées (voir Fig. (4.6).a et (4.6.c)). On observe une légère variation du niveau estimé en fonction de la position de la source pour la fréquence centrale $f_0 = 9000$ Hz. L'écart maximum observé est de -2 dB pour les positions $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.10, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.10, 0)$ m (voir figure 4.6.b

). On peut supposer que cet écart provient du fait qu'il existe certains couples de point de focalisation et de microphone pour lesquels la fonction de Green est plus difficile à estimer. Ce phénomène, évoqué plus haut dans le paragraphe dédié à l'estimation de la fonction de Green, découle du masquage de certaines sources dans la simulation numérique de la propagation. Les courbes obtenues avec G^{cl} confirment l'inadéquation du modèle champ libre et on note que plus la source est masquée par le disque, plus les erreurs de position et de niveau estimées sont importantes.

On applique ensuite la méthode DAMAS [7]. Son haut pouvoir de résolution et sa plus grande dynamique doivent notamment permettre d'améliorer les performances d'imagerie pour une source positionnée derrière le disque. On représente Fig. (4.7) les résultats obtenus pour la source harmonique positionnée successivement en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m et pour $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz.

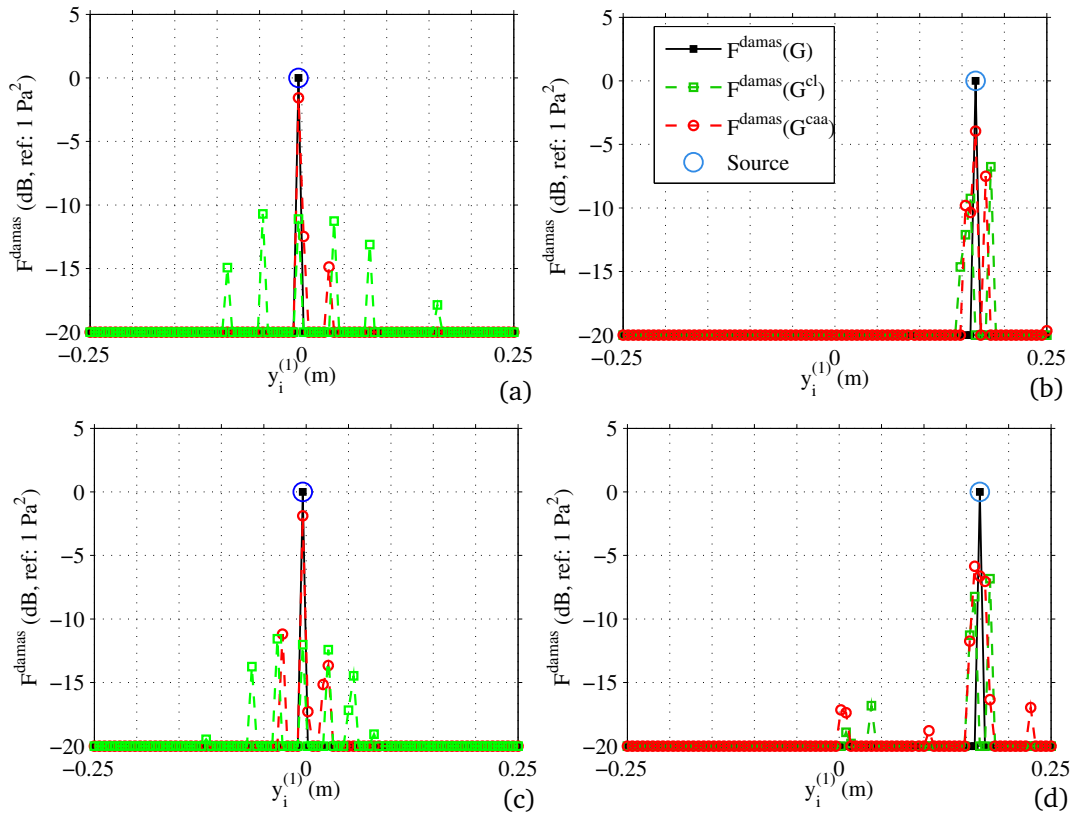


FIGURE 4.7 – Résultats de la Méthode DAMAS pour le cas d'un milieu 2D en présence d'un disque rigide. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (a) et avec $f_0 = 10500$ Hz (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (b) et avec $f_0 = 10500$ Hz (d).

Les résultats obtenus avec la fonction de Green estimée sont assez fidèles à ceux obtenus avec la fonction de Green analytique. On note que la position du maximum correspond

pour les quatre cas à la position exacte de la source. Comme pour les cas du champ libre et de la paroi infinie en écoulement traités avec DAMAS, on note que le niveau acoustique mesuré semble cohérent, mais étalé sur un certain nombre de points entourant la source. L'étalement est plus important lorsque la source est masquée. Pour une source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m on note la présence de pics résiduels situés jusqu'à 3 cm de la position réelle contre 1.5 cm pour une source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m. On remarque que lorsque la source est masquée, la dynamique offerte par la méthode DAMAS est bien supérieure à celle obtenue par formation de voies. Pour rappel, les premiers lobes secondaires obtenus par formation de voies possèdent un niveau de -3 dB. Avec damas, et en dehors des 3 cm points entourant la zone source, il n'existe pas de pic dont le niveau excède -20 dB.

On représente ensuite en Fig. (4.8.a) et Fig. (4.8.b) la position et le niveau intégré estimé en fonction de la position de la source pour $f_0 = 9000$ Hz. Les figures (4.8.c) et (4.8.d) représentent respectivement le niveau intégré et la position estimée en fonction de la fréquence d'émission pour une source positionnée au centre en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m.

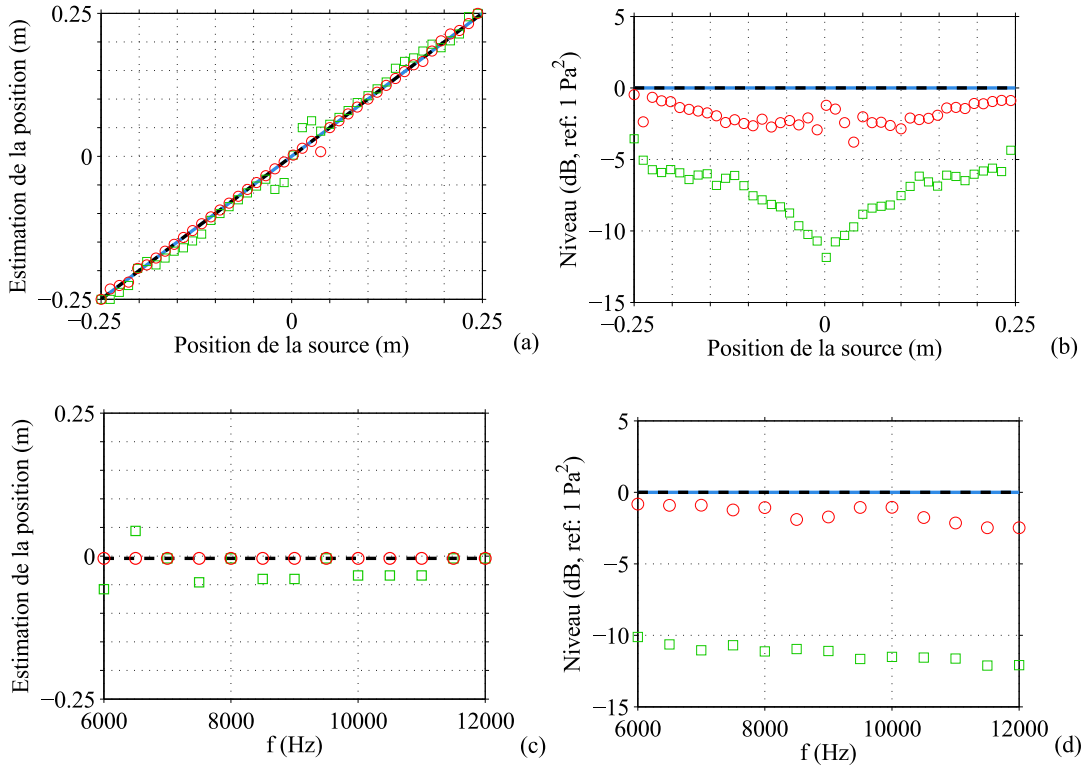


FIGURE 4.8 – Synthèse des résultats pour la méthode DAMAS en 2D en présence d'un disque rigide. Position du maximum (a) et niveau intégré autour du maximum (b) en fonction de y_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position du maximum (c) et niveau intégré autour du maximum (d) en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, - - avec G , ○ avec G^{caa} , □ avec G^{ec} .

La position estimée avec notre méthode correspond dans la plupart des cas à la position de la source. On remarque que le niveau intégré correspond approximativement au niveau mesuré par formation de voies, celui-ci est donc légèrement sous-estimé par rapport à la référence et semble dépendre de la position de la source (voir Fig. (4.8.b)). Les causes probables ont été évoquées dans le paragraphe concernant la formation de voies. On note enfin que la fonction de Green champ libre fournit globalement des résultats où le niveau de la source est fortement sous-estimé (jusqu'à -13 dB) et la position de la source légèrement erronée (jusqu'à 4 cm avec la position exacte).

Pour conclure, cet exemple nous a permis d'appliquer la méthode à un milieu de propagation possédant une géométrie relativement complexe. Les résultats d'imagerie obtenus avec la fonction de Green estimée présentent un bon accord avec ceux obtenus par formulation analytique. On note, comme pour le cas précédent, une certaine sensibilité de la méthode DAMAS aux erreurs d'estimation de la fonction de Green. Cette configuration nous permet également de montrer que même avec la connaissance d'une fonction de Green adaptée, le pouvoir de résolution et la dynamique de la formation de voies peuvent être fortement réduits en milieu complexe. L'utilisation de méthode de déconvolution type DAMAS peut alors devenir essentielle pour l'exploitation optimale des mesures effectuées.

4.2 Présence d'un disque et d'un écoulement

Pour ce deuxième cas, on conserve la configuration précédente étudiée en Sec. 4.1, en y ajoutant un écoulement potentiel de nombre de Mach $M_\infty = 0.3$. C'est une vitesse typique de test en soufflerie lorsque l'on cherche à reproduire des phases d'atterrissage ou de décollage. La configuration est représentée Fig. (4.9).

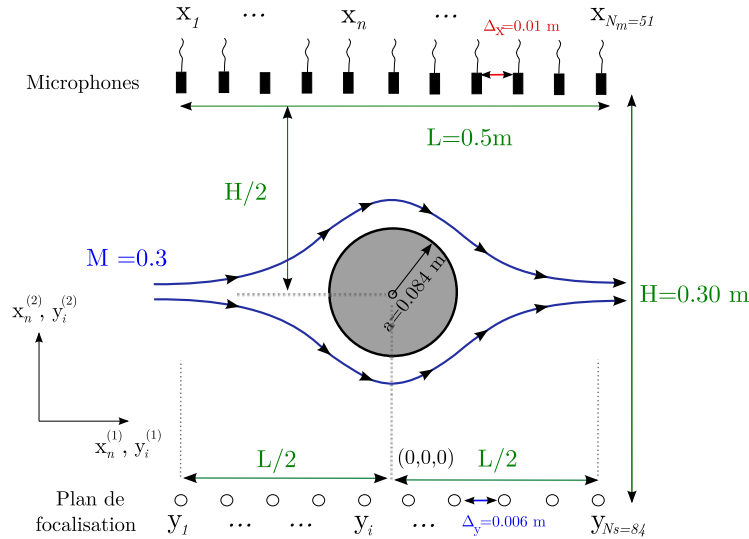


FIGURE 4.9 – Schématisation du cas de l'imagerie en deux dimensions en présence d'un disque parfaitement rigide et d'un écoulement potentiel entre le plan de focalisation et une antenne de microphone linéaire.

Le champ de vitesse au point \mathbf{x}_n est ainsi donné par l'équation [102],

$$\mathbf{U}_n = \begin{cases} M_\infty c_0 \left[1 + \frac{a^2}{\mathbf{x}_n^2} \left(\frac{(x_n^{(2)})^2 - (x_n^{(1)})^2}{(x_n^{(1)})^2 + (x_n^{(2)})^2} \right) \right] \\ -2M_\infty c_0 \frac{a^2}{\mathbf{x}_n^2} \left(\frac{x_n^{(2)} x_n^{(1)}}{(x_n^{(1)})^2 + (x_n^{(2)})^2} \right), \end{cases}$$

avec a le rayon du disque. Afin d'estimer la fonction de Green, on effectue alors la simulation de la propagation entre les points de focalisation et les microphones.

4.2.1 Simulation numérique de la propagation

Les paramètres de simulation utilisés sont identiques à ceux du cas précédent, on se référera à Sec. 4.1.1 pour connaître le maillage, le pas de temps et les signaux sources utilisés. La seule différence est l'ajout de l'écoulement porteur de nombre de Mach $M_\infty = 0.3$ décrit par Eq. (4.3). On représente les composantes $U^{(1)}$ et $U^{(2)}$ de cet écoulement Fig. (4.10). Le CFL considéré alors vaut au maximum 0.65 (dans la zone la plus raffinée autour du cylindre).

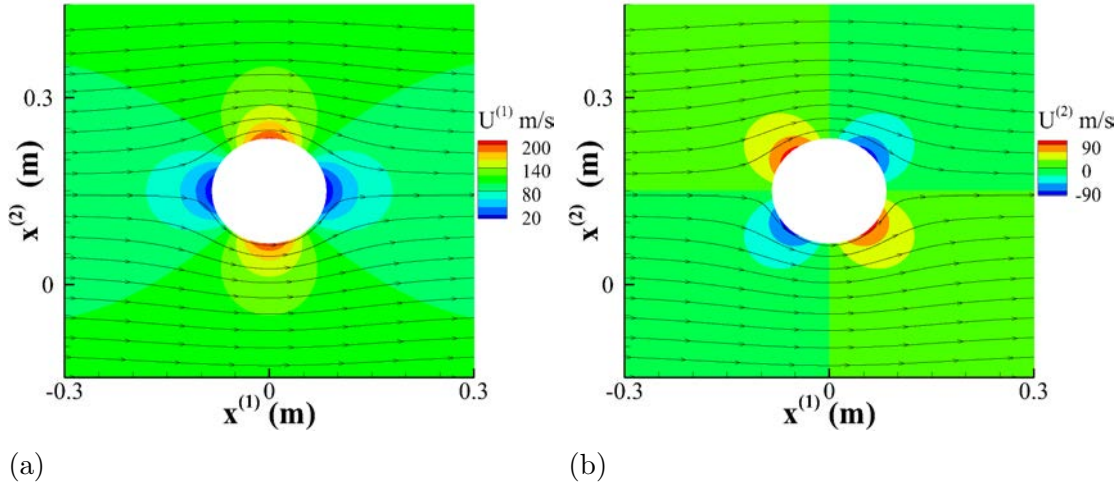


FIGURE 4.10 – Écoulement moyen imposé autour du disque pour la simulation numérique. (a) Composante $U^{(1)}$, (b) composante $U^{(2)}$.

La figure (4.11) représente les champs normalisés de pression instantanée obtenus par simulation avec $N_s = 1$ puis $N_s = 84$ sources émettant entre f_{\min} et f_{\max} .

Le calcul avec une seule source fait apparaître, en plus des effets de réflexion et de diffraction par le disque, des effets de convection dus à l'écoulement potentiel. Comme pour le cas précédent, on distingue une importante zone d'ombre acoustique derrière le

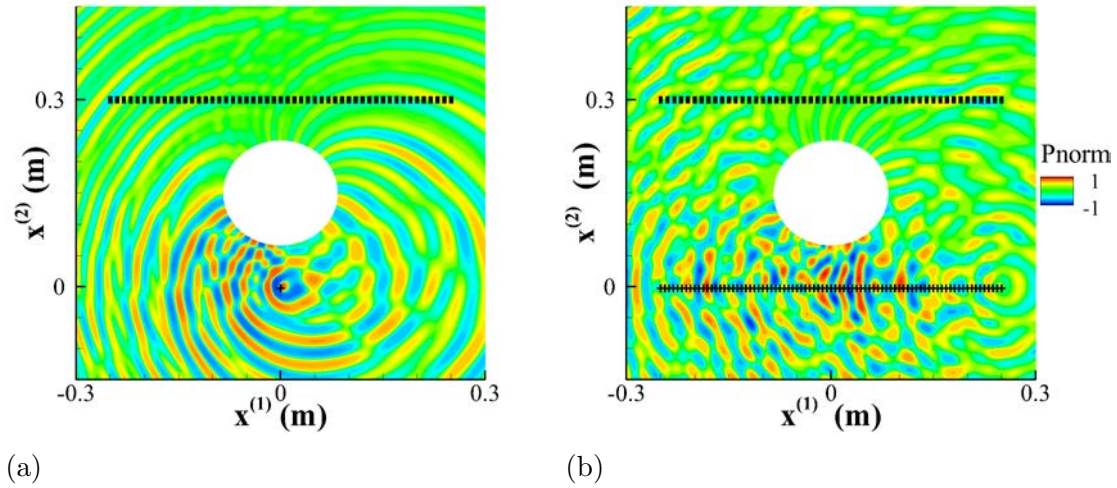


FIGURE 4.11 – Champ de pression instantanée normalisé obtenu en présence d'un disque rigide et d'un écoulement par simulation avec une fréquence d'émission comprise entre $f_{\min} = 6000$ Hz et $f_{\max} = 12000$ Hz. (a) Calcul avec $N_s = 1$, (b) calcul avec $N_s = 84$. + Source, ■ microphone.

disque. On note qu'elle semble légèrement décalée par rapport au cas sans écoulement. Dans cette zone, l'amplitude du champ acoustique est nettement plus faible que dans le reste du domaine observé. La convergence du calcul avec $N_s = 84$ sources est atteinte au bout de 0.017 s sur les 0.2 s correspondant à la durée de la première période de calcul. Comme précédemment c'est la deuxième période qui est utilisée pour l'estimation des fonctions de Green.

4.2.2 Estimation de la fonction de Green

La fonction de Green est estimée en résolvant le problème de minimisation Elastic-net pour chaque microphone grâce l'algorithme LARS-LEN. La contrainte λ_2 et le nombre d'itérations l optimal sont déterminés selon le critère AIC. Les valeurs obtenues sont très proches de celles obtenues pour les cas précédents. La contrainte λ_2 optimale est choisie telle que $\lambda_2 = 10$ et le nombre d'itérations optimal est en moyenne $l = 14700$ pour l'ensemble des microphones (voir par exemple Sec. 4.1.2 pour plus de précision concernant la méthodologie utilisée pour choisir λ_2 et l).

À titre d'illustration, le module et la phase des transformées de Fourier des fonctions $g_{1,1}$ et $g_{42,25}$ estimées sont tracés Fig. (4.12).

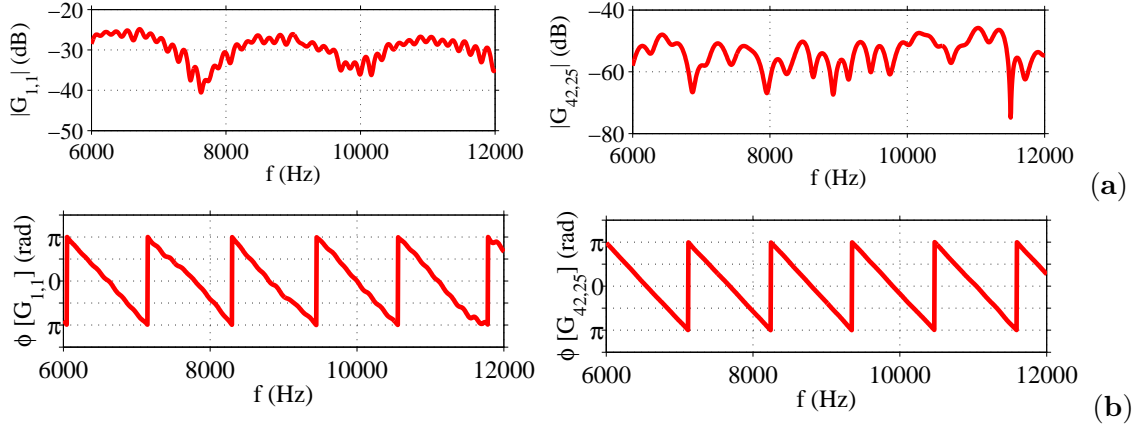


FIGURE 4.12 – Fonctions de Green reconstruites en 2D en présence d'un disque rigide et d'un écoulement potentiel de nombre de Mach $M = 0.3$. (a) Module du spectre, (b) phase du spectre

4.2.3 Formation de voies

Les transformées de Fourier des fonctions de Green estimées notées G^{caa} , sont utilisées pour la formation de voies. On considère une source ponctuelle de fréquence d'émission f_0 située en un des N_s points de focalisation i à la position \mathbf{y}_i . Les signaux microphoniques sont cette fois obtenus à partir d'une simulation numérique. Les paramètres de cette simulation sont identiques à ceux de la simulation effectuée pour l'estimation de la fonction de Green, (voir Sec. 4.2.1). La source considérée émet un signal large bande (somme de sinus avec phases aléatoires, identique à que ceux des sources utilisés pour l'estimation des fonctions de Green, $f_{\min} = 6000$ Hz, $f_{\max} = 12000$ Hz, $\Delta_f = 5$ Hz). Les spectres des signaux obtenus notés $P_n(f)$ avec $n = (1, \dots, N_m)$ sont normalisés tels que $P_n(f_0)$ corresponde à l'émission d'une source harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 . À partir de ces spectres et de G^{caa} , on forme l'opérateur de formation de voies $F^{\text{beam}}(G^{\text{caa}})$ défini par Eq. (1.11). Il n'existe pas de formulation analytique exacte pour ce cas. Les résultats sont donc comparés avec ceux que l'on pourrait obtenir avec une fonction de Green décrivant un milieu proche de celui considéré. On forme ainsi $F^{\text{beam}}(G^{\text{ec}})$ avec G^{ec} la fonction de Green 2D en écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.3$ définie par Eq. (1.56), et $F^{\text{beam}}(G^{\text{d}})$ avec G^{d} la fonction de Green 2D du disque définie par Eq. (4.1). On trace Fig. (4.13) les courbes obtenues pour une source ponctuelle positionnée successivement en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.126, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz.

Avec G^{ec} les résultats obtenus sont fortement biaisés. Pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ on note l'apparition de 6 lobes principaux dont le niveau est compris entre -10 et -13 dB, et dont la position est comprise dans une zone de 0.2 m autour la source. Pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$, un seul un lobe principal émerge. Celui-ci est cependant décalé de 0.05 m de la position exacte de la source et son niveau est

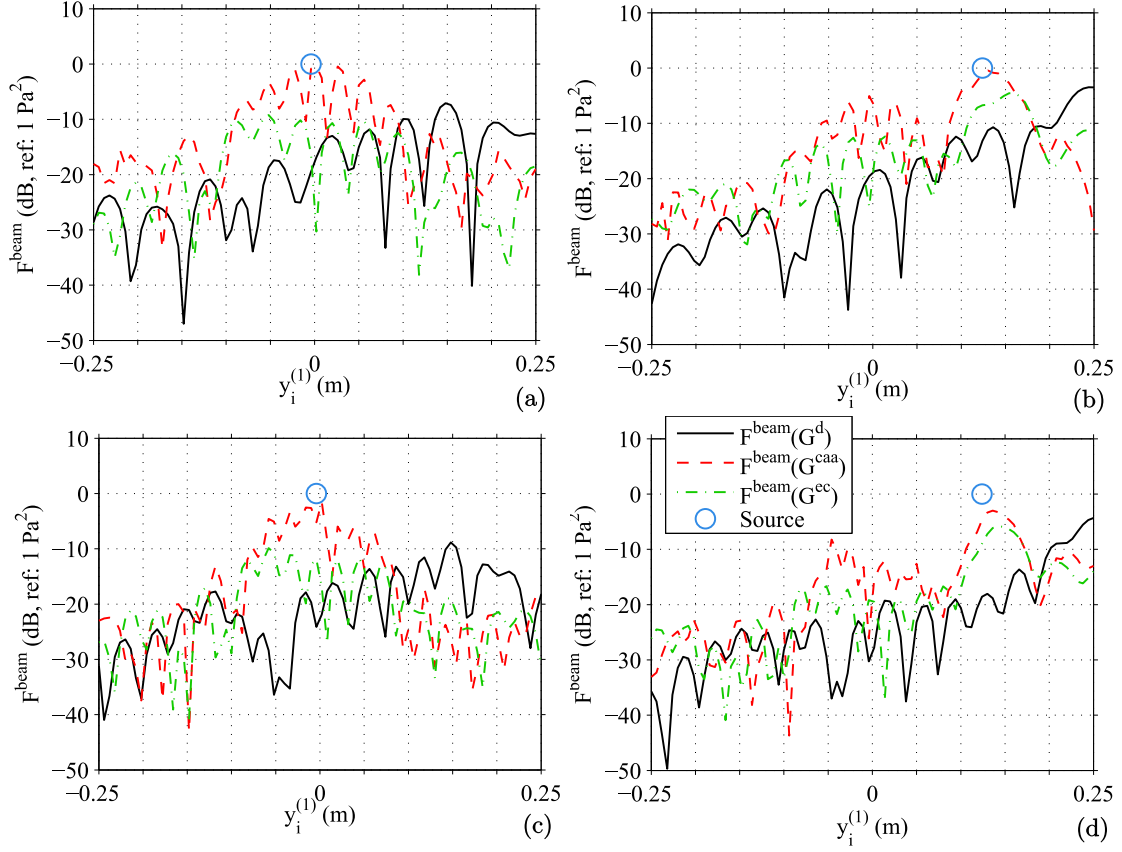


FIGURE 4.13 – Formation de voies en 2D en présence d'un disque rigide et d'un écoulement potentiel de nombre de Mach $M = 0.3$. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (a) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.126, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (b) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (d).

inférieur de 5 dB du niveau attendu. Si on utilise G^d , la position du maximum est très fortement décalée (15 cm pour une source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ et 15 cm pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.126, 0) \text{ m}$). Les niveaux mesurés sont de plus très inférieurs au niveau de la source (entre de -7 et -9 dB pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$, et entre -4 et -5 dB pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.126, 0) \text{ m}$). Ceci démontre qu'on ne peut pas utiliser ces deux modèles de fonctions de Green pour le problème d'imagerie.

Les résultats obtenus avec notre méthode sont satisfaisants, la position et le niveau de la source étant relativement bien estimés dans chacun des cas présentés. On note que lorsque la source est masquée par le disque en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$, la dynamique et le pouvoir de résolution spatiale sont fortement réduits. Pour $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ il existe 3 trois lobes principaux de niveaux comparables compris dans une zone de 0.08 cm entourant la source. Ce phénomène a été observé de manière équivalente pour le cas du disque sans

écoulement. L'application de la méthode DAMAS a alors permis une nette amélioration des performances. On peut supposer qu'il en sera de même pour ce cas. On remarque également que pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.126, 0)$ m et pour la fréquence $f_0 = 10500$ Hz le niveau acoustique est légèrement sous-estimé (-2 dB). Cet écart en niveau suggère une légère erreur d'estimation de la fonction de Green.

On applique ensuite la méthode DAMAS [7]. De la même manière que pour la formation de voies, on représente Fig. (4.14) les résultats obtenus pour la source harmonique positionnée successivement aux positions $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.126, 0)$ m et pour $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz.

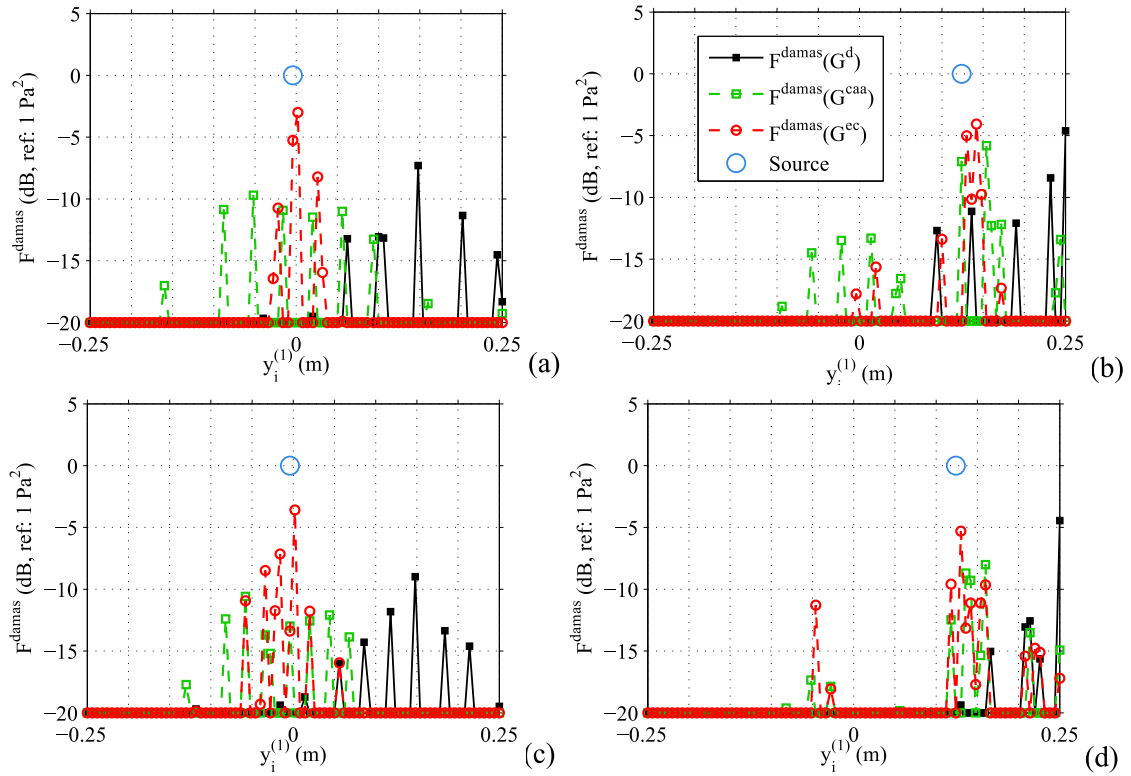


FIGURE 4.14 – Méthode DAMAS mise en œuvre pour le cas d'un milieu 2D en présence d'un disque rigide et d'un écoulement potentiel de nombre de Mach $M = 0.3$. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (a) et avec $f_0 = 10500$ Hz (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.166, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz (b) et avec $f_0 = 10500$ Hz (d).

Pour les quatre cas présentés, la position du maximum obtenu avec G^{caa} correspond à un ou deux points de focalisation près à celle de la source. Le niveau acoustique mesuré est réparti sur une zone restreinte entourant la source. Comme pour le cas disque sans écoulement, on note que cette zone est plus grande lorsque la source est masquée par le disque en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. DAMAS permet toutefois une amélioration nette de la dynamique et du pouvoir de résolution spatiale par rapport à la formation de voies.

Une intégration est nécessaire pour une réelle évaluation des niveaux estimés. Ainsi, Fig. (4.15.b) représente le niveau intégré estimé pour trois positions de sources différentes avec $f_0 = 9000$ Hz et Fig. (4.15.d) le niveau intégré estimé en fonction de f_0 pour une source située derrière le disque. On cherche également à présenter les résultats obtenus en matière de localisation de manière plus synthétique. La figure (4.15.a) représente la position de source estimée en fonction de la position de source réelle pour une fréquence d'émission de 9000 Hz. Enfin, on trace Fig. (4.15.c) la position estimée en fonction de f_0 pour une source positionnée au centre.

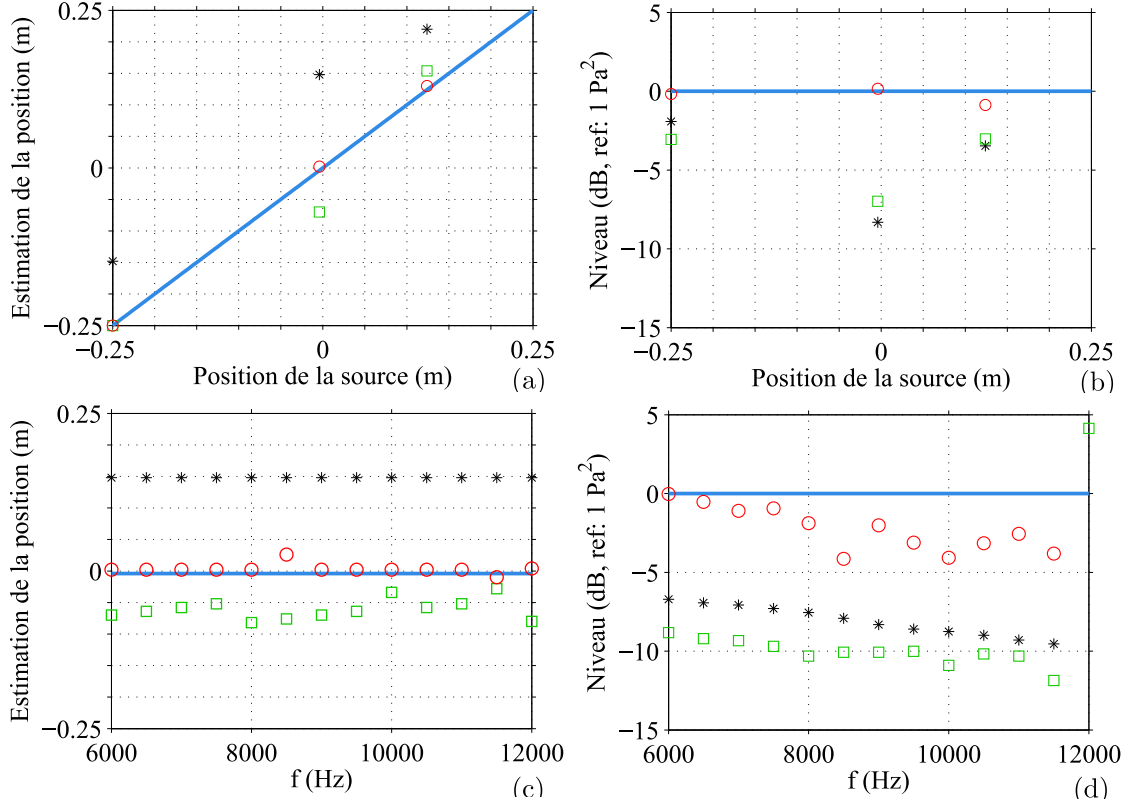


FIGURE 4.15 – Synthèse des résultats obtenus avec la méthode DAMAS en présence d'un disque rigide et d'un écoulement potentiel de nombre de Mach $M = 0.3$. Position du maximum (a) et niveau intégré autour du maximum (b) en fonction de y_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position du maximum (c) et niveau intégré autour du maximum (d) en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, * avec $G^d(f)$, o avec G^{caa} , □ avec G^{ec} .

On remarque que l'utilisation de la fonction $G^d(f)$ conduit à un biais relativement constant dans l'estimation de la position (entre +10 et +15 cm voir Fig. (4.15.a)). Ce décalage est provoqué par la non-prise en compte des effets de convection créés par l'écoulement. Avec $G^d(f)$, on note que la qualité des résultats obtenus dépend de la proximité de la source avec le disque. Plus la source est proche, plus la position et le niveau estimés sont éloignés des position et niveau réels de la source. Les courbes obtenues avec $G^{caa}(f)$ permettent de

confirmer les bonnes performances de la méthode. On constate que le niveau intégré avec les fonctions de Green estimées est globalement très proche du niveau réel de la source. On notera qu'avec une source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m, le niveau est légèrement surestimé pour $f_0 = 6000$ Hz et sous-estimé pour $f_0 = 11500$ Hz (respectivement +2 dB et -3 dB, voir figure 4.15.d). Le niveau obtenu avec les autres fonctions de Green est en moyenne beaucoup plus faible. Cet écart semble plus marqué lorsque la source est située derrière le disque (voir Fig. (4.15.b)).

4.3 Présence d'une couche de cisaillement

On traite ensuite le cas de l'imagerie de sources acoustiques séparées de l'antenne par une couche de cisaillement. C'est un cas fréquemment rencontré, notamment lorsqu'on cherche à caractériser des sources positionnées dans l'écoulement d'une soufflerie à veine ouverte. Dans ce cas, l'antenne de microphone est généralement placée de manière non intrusive en dehors de la veine, donc hors de l'écoulement. L'antenne et le plan de focalisation considérés sont identiques à ceux des cas précédents et la configuration est schématisée Fig. (4.16).

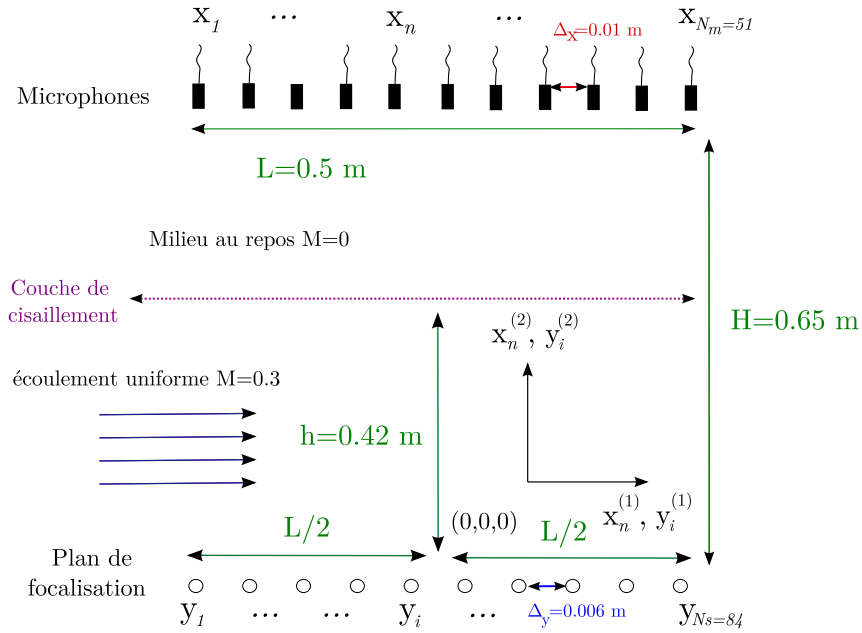


FIGURE 4.16 – Schématisation du cas de l'imagerie acoustique en champ libre 2D en présence d'une couche de cisaillement entre le plan de focalisation et une antenne de microphone linéaire.

On considère une antenne de $N_m = 51$ microphones régulièrement espacés du pas $\Delta_x = 0.01$ m et positionnés en x_n avec n variant de 1 à 51 pour une longueur totale $L = 0.5$ m. Cette antenne est située dans une zone sans écoulement. On considère un plan de focalisation parallèle et de même taille L constitué de $N_s = 84$ points régulièrement es-

pacés de $\Delta_y = 0.006$ m. Dans la zone de ce plan de focalisation, on considère un écoulement uniforme orienté selon la direction $x^{(1)}$ positive et de nombre de Mach $M = 0.3$. Compte tenu de l'épaisseur réaliste de la couche de cisaillement (précisée au paragraphe suivant), la distance séparant l'antenne et le plan de focalisation est pour ce cas portée à $H = 0.65$ m.

La couche de cisaillement est modélisée par un profil de vitesse en tangente hyperbolique [103]. On fait l'approximation d'une épaisseur de couche constante selon $x^{(1)}$. Ainsi la composante $U_n^{(1)}$ du champ de vitesses au point \mathbf{x}_n est donnée par

$$U_n^{(1)} = U_0 \frac{1}{2} \left(1 - \tanh \left(2 \frac{(x_n^{(2)} - x_{\text{cis}}^{(2)})}{\delta_{\text{cis}}} \right) \right),$$

avec $U_0 = c_0 M$ la vitesse dans la zone en écoulement uniforme, $x_{\text{cis}}^{(2)}$ la position du point d'inflexion et δ_{cis} l'épaisseur de la couche de cisaillement. Pour un plan de focalisation situé sur la ligne $y_i^{(2)} = 0$ m et une antenne sur la ligne $x_n^{(2)} = 0.65$ m, on choisira $x_{\text{cis}}^{(2)} = 0.42$ m et $\delta_{\text{cis}} = 0.083$ m. Ces dimensions et le nombre de Mach choisi $M = 0.3$ sont de l'ordre de grandeur de ceux observés dans une soufflerie à veine ouverte subsonique [33]. On effectue ensuite la simulation de la propagation entre les points de focalisation et les microphones pour estimer la fonction de Green.

4.3.1 Simulation numérique de la propagation

Pour ce cas, on garde les mêmes paramètres de simulation et le même maillage que pour les configurations traitées au chapitre III (Voir Sec. 3.4.1). On rappelle toutefois que :

- $f_{\min} = 6000$ Hz, $f_{\max} = 12000$ Hz (fréquences minimale et maximale des signaux sources)
- $\Delta_f = 5$ Hz (pas de discrétisation fréquentiel des signaux sources)
- $T = 1/\Delta_f = 0.2$ s (période des signaux)
- $\delta_x = 0.001$ m (pas de discrétisation spatiale du maillage)
- $\Delta_t = 10^{-6}$ s (pas de temps de la simulation)

Le CFL considéré alors vaut 0.65 dans la zone en écoulement et 0.5 dans la zone au repos. Comme précédemment la simulation numérique est effectuée sur une durée totale de 0.4 s correspondant à deux périodes des signaux sources. On représente les composantes $U^{(1)}$ du champ de vitesses Fig. (4.17). La figure (4.18) représente les champs normalisés de pression instantanée obtenus par simulation avec une seule source puis pour $N_s = 84$ sources émettant entre f_{\min} et f_{\max} .

Le calcul avec une source fait apparaître une légère déformation des fronts d'onde au niveau de la couche de cisaillement ainsi que des effets de convection dus à l'écoulement uniforme. La convergence du calcul est atteinte au bout de 0.015 s sur les 0.2 s correspondant à la première période de calcul. On utilise la deuxième période pour l'estimation des fonctions de Green.

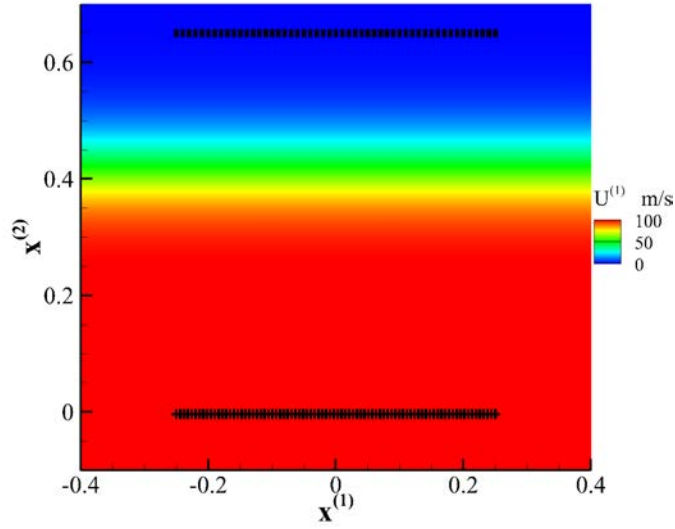


FIGURE 4.17 – Composante $U^{(1)}$ du champ de vitesse pour une épaisseur de couche de cisaillement $\delta_{\text{cis}} = 0.083$ m et un point d'inflexion en $x_{\text{cis}}^{(2)} = 0.42$ m. Le nombre de Mach dans la zone en écoulement uniforme est $M = 0.3$.

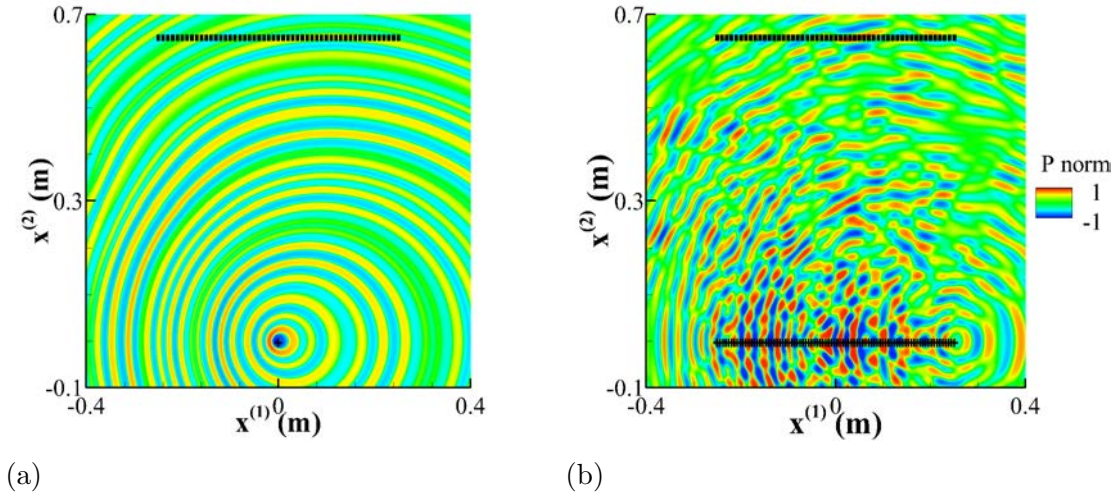


FIGURE 4.18 – Champ normalisé de pression instantanée obtenu par simulation numérique en présence d'une couche de cisaillement d'épaisseur $\delta_{\text{cis}} = 0.083$ m par simulation pour une fréquence d'émission comprise entre $f_{\text{min}} = 6000$ Hz et $f_{\text{max}} = 12000$ Hz. (a) Calcul avec $N_s = 1$, (b) calcul avec $N_s = 84$. + Source, ■ microphone.

4.3.2 Estimation de la fonction de Green

On résout ensuite le problème Elastic Net pour estimer les fonctions de Green. Pour ce cas, les valeurs optimales de la contrainte λ_2 et du nombre d'itérations l obtenues avec AIC sont en moyenne $\lambda_2 = 10$ et $l = 14600$. Le module et la phase des transformées de Fourier des fonctions $g_{1,1}$ et $g_{42,25}$ estimées notées $G_{1,1}$ et $G_{42,25}$ sont tracés Fig. (4.19).

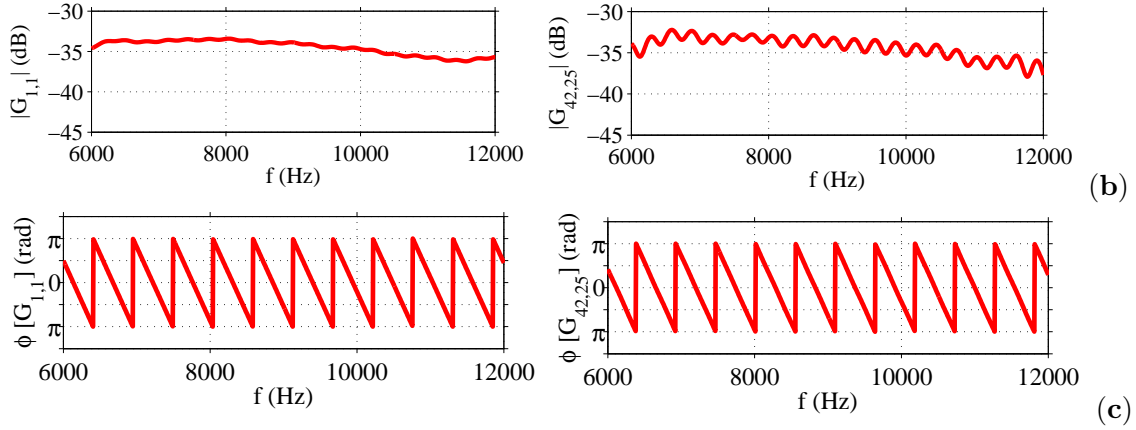


FIGURE 4.19 – Fonction de Green estimée pour le cas d'un milieu libre 2D avec couche de cisaillement. (a) Module du spectre, (b) phase du spectre.

Comme pour le cas du disque en écoulement, il n'existe pas de formulation analytique. Le modèle d'Amiet n'est pas applicable en deux dimensions, ainsi aucune comparaison n'est effectuée. On notera cependant que les fonctions estimées présentent un profil assez similaire à celles obtenues dans le cas du champ libre Sec. 3.4.

4.3.3 Formation de voies

On met ensuite en œuvre la formation de voies en utilisant les transformées de Fourier des fonctions estimées notées G^{caa} . On cherche ici à identifier une source ponctuelle de fréquence d'émission f_0 située en un des N_s points de focalisation. De manière analogue au cas précédent, on synthétise les signaux microphoniques à partir d'une simulation numérique avec une seule source émettant un signal de forme identique à ceux utilisés pour l'estimation de G^{caa} ($f_{\min} = 6000$ Hz, $f_{\max} = 12000$ Hz, $\Delta_f = 5$ Hz). On note $P_n(f)$ les spectres des signaux obtenus. Ceux-ci sont normalisés tels que $P_n(f_0)$ correspond à l'émission d'une source harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 . $P_n(f)$ et G^{caa} sont ensuite utilisés pour calculer $F^{\text{beam}}(G^{\text{caa}})$, l'opérateur de formation de voies décrit par Eq. (1.11). $F^{\text{beam}}(G^{\text{caa}})$ est ensuite tracé Fig. (4.20) pour les positions de source $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.23, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.034, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz. Afin d'illustrer le potentiel de la méthode, on superpose les courbes obtenues avec l'opérateur de formation de voies $F^{\text{beam}}(G^{\text{cl}})$ avec G^{cl} la fonction de Green champ libre définie par Eq. (A.10). On superpose également $F^{\text{beam}}(G^{\text{cl}})$, l'opérateur utilisant la fonction de Green analytique en écoulement uniforme de nombre de Mach $M = 0.3$ que l'on

note ici G^{ec} et décrite par Eq. (3.23).

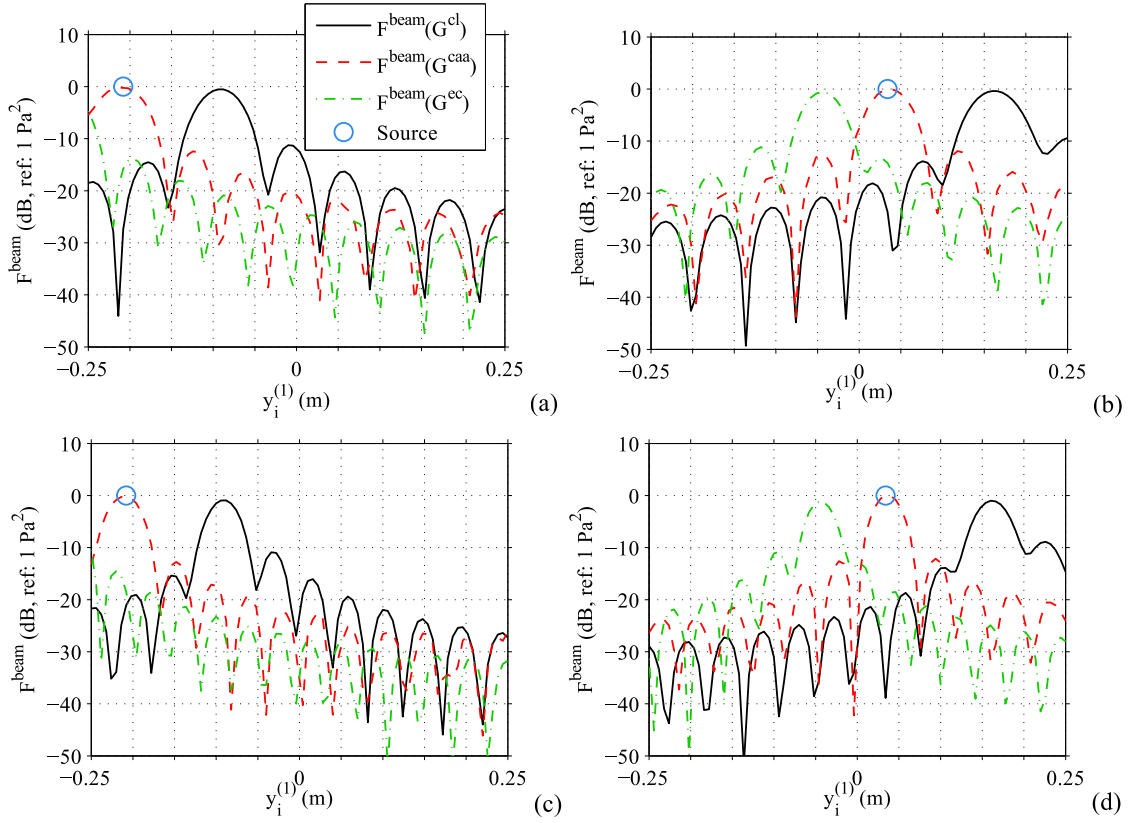


FIGURE 4.20 – Formation de voies en champ libre 2D en présence d’une couche de cisaillement. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.23, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (a) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.034, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (b) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (d).

Comme pressenti, l’utilisation G^{ec} ou G^{cl} , conduit à une estimation de la position très éloignée de la position de source réelle ($+0.2 \text{ m}$ pour G^{cl} et -0.1 m pour G^{ec}). On note cependant que dans les deux cas le niveau estimé est très proche du niveau réel. Pour les deux fréquences et les deux positions de sources étudiées, les résultats obtenus avec la fonction de Green estimée permettent de localiser et mesurer précisément le niveau de la source. On note que la forme des réponses obtenues est assez similaire à celle calculées dans le cas du champ libre.

La méthode DAMAS est ensuite appliquée pour les mêmes positions de sources et les mêmes fréquences. Pour ce cas, le nombre d’itérations nécessaire à la convergence des solutions estimées est en moyenne 10000 (comme pour le cas du champ libre). Les résultats sont représentés Fig. (4.21).

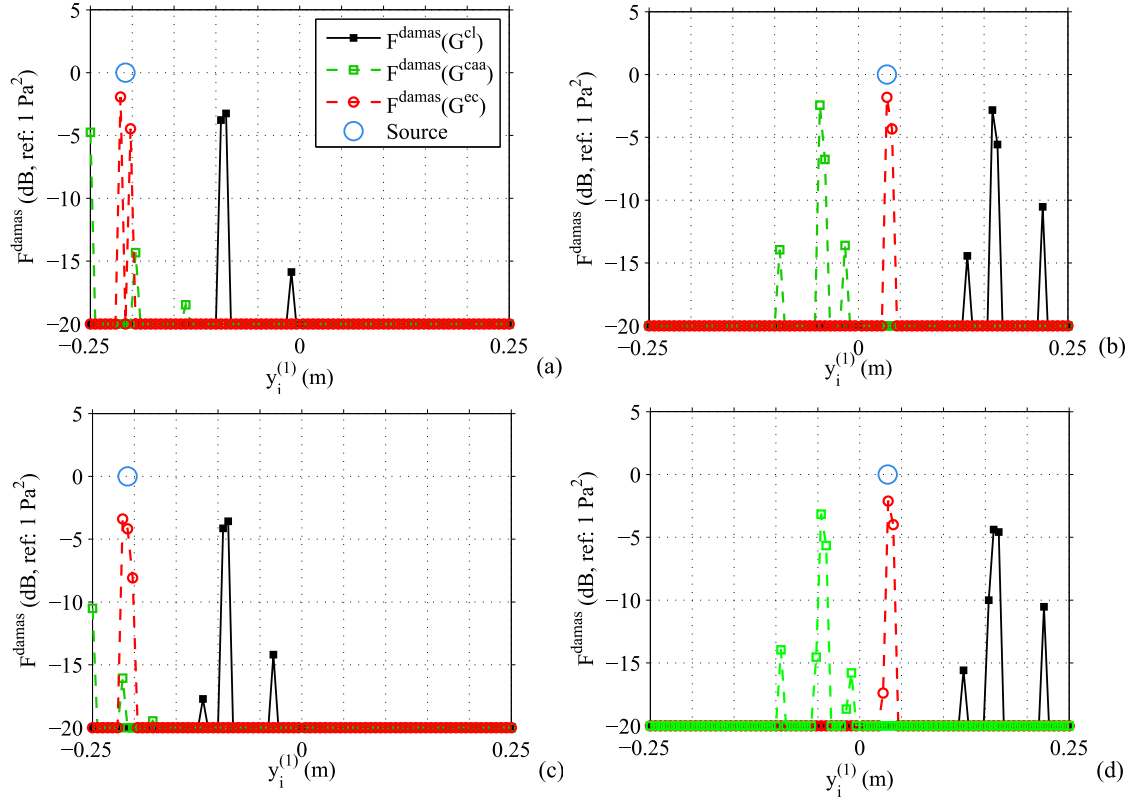


FIGURE 4.21 – Résultats obtenus selon la Méthode DAMAS en 2D en présence d'une couche de cisaillement. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.23, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (a) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (0.034, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (b) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (d).

De la même manière que pour la formation de voies, les résultats obtenus avec G^{cl} et G^{ec} présentent un biais important en matière de localisation de source (là aussi, $+0.2 \text{ m}$ pour G^{cl} et -0.1 m pour G^{ec}). On note que pour ce cas, le niveau acoustique est réparti sur 4 à 6 points en moyenne, dont certains sont fortement éloignés du maximum obtenu. Pour toutes les fréquences et les deux positions de source étudiées, les résultats obtenus avec $F^{\text{damas}}(G^{\text{caa}})$ présentent un bon accord avec la position de la source réelle. Le niveau acoustique mesuré est réparti sur 2 à 3 pics autour de la source, dont le niveau global semble être proche de celui de la source. Notre méthode permet donc ici, en plus d'une estimation de la position non biaisée, une légère amélioration du pouvoir de résolution spatiale. (On notera pourtant que les lobes principaux obtenus par formation de voies avec les différentes fonctions utilisées sont de largeurs semblables).

On trace ensuite les différents résultats intégrés et de manière plus synthétique. On représente ensuite en Fig. (4.22.a) et Fig. (4.22.b) la position et le niveau intégré estimés en fonction de la position de la source pour $f_0 = 9000 \text{ Hz}$. Les figures (4.22.c) et (4.22.d) représentent respectivement le niveau intégré et la position estimée en fonction de la

fréquence d'émission pour une source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m.

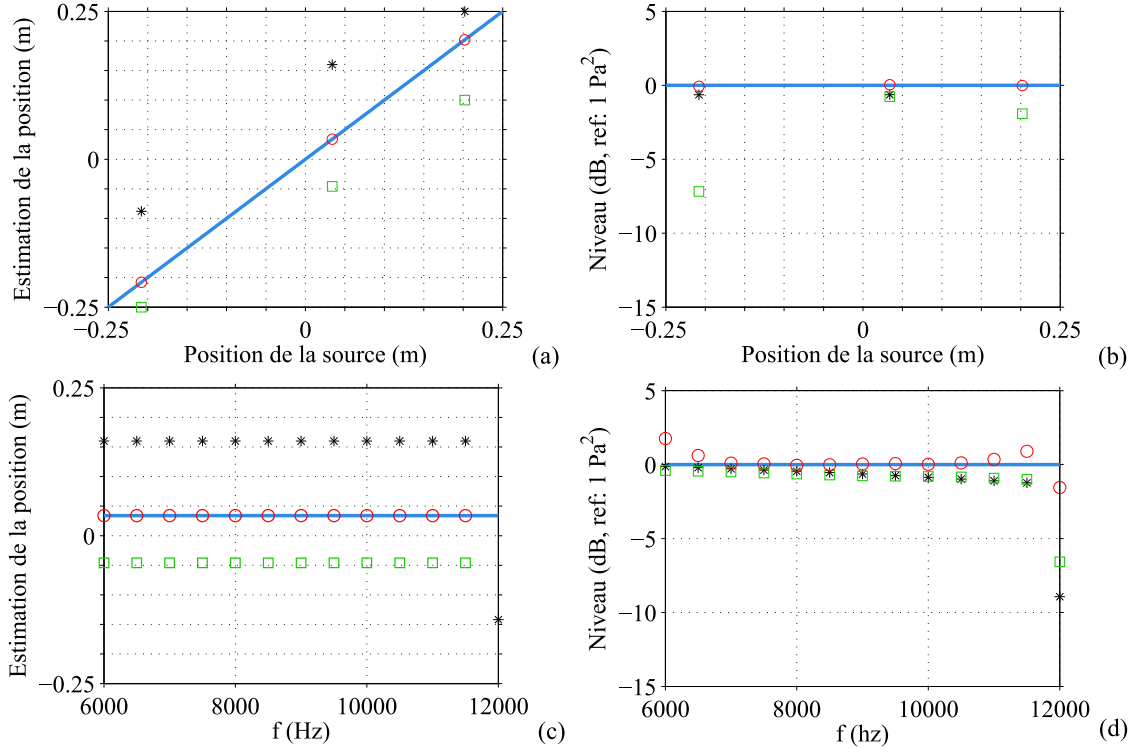


FIGURE 4.22 – Synthèse des résultats pour la méthode DAMAS en présence d'une couche de cisaillement ; Position du maximum (a) et niveau intégré autour du maximum (b) en fonction de y_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position du maximum (c) et niveau intégré autour du maximum (d) en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, * avec fonction de Green champ libre G^{cl} , \circ avec fonction de Green estimée G^{caa} , \square avec fonction de Green analytique en écoulement uniforme G^{ec} .

Le niveau intégré estimé avec notre méthode est très proche de celui de la source, ceci dans la plupart des cas considérés. On note, comme dans le cas du champ libre traité au chapitre III, la surestimation du niveau de la source pour les fréquences $f_0 = 6000$ Hz et $f = 11500$ Hz (voir figure 4.22.d). Pour $f_0 = 12000$ Hz le niveau est légèrement sous-estimé. De la même manière, on peut supposer que ces effets sont dus à une sous ou sur estimation de la fonction de Green aux bornes de $[f_{min}, f_{max}]$. On note qu'ici la non-connaissance de la fonction de Green conduit principalement à une erreur de localisation de la source.

4.4 Présence d'une paroi rigide semi infinie

On traite ensuite le cas de l'imagerie en présence d'une paroi rigide semi-infinie entre les sources et les microphones. La situation considérée est représentée Fig. (4.23). On considère une antenne de $N_m = 51$ microphones régulièrement espacés du pas $\Delta_x = 0.01$ m et positionnés en \mathbf{x}_n avec $n = (1, \dots, N_m)$ pour une longueur totale $L = 0.5$ m. A

une distance de 0.5 m, on considère un plan de focalisation parallèle et de même taille L constitué de $N_s = 84$ points régulièrement espacés de $\Delta_y = 0.006$ m. Enfin, une paroi rigide semi-infinie parallèle est positionnée à égale distance du plan et de l'antenne. Son extrémité est alignée avec le centre de l'antenne et du plan.

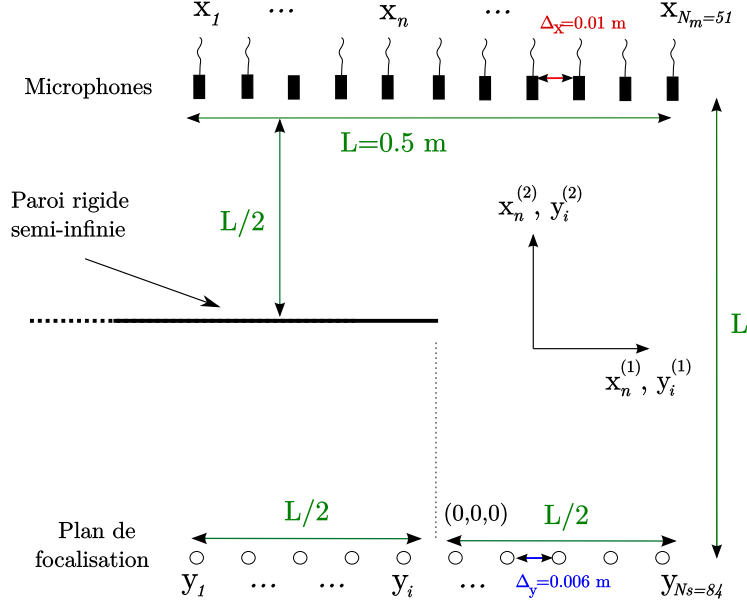


FIGURE 4.23 – Schématisation du cas de l'imagerie acoustique en présence d'une paroi rigide semi-infinie entre le plan de focalisation et une antenne de microphone linéaire.

Pour un tel cas, la fonction de Green est analytiquement connue [49]. Pour un point source en \mathbf{y}_i , un microphone en \mathbf{x}_n , et une paroi semi-infinie dont l'extrémité correspond à l'origine du repère considéré, cette fonction est définie dans le domaine fréquentiel par

$$G_{i,n}(f) = \frac{j}{4} H_0^2(kR_{i,n}) + \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cos\left(\frac{1}{2}m\phi_n\right) \cos\left(\frac{1}{2}m\phi_i\right) J_{\frac{1}{2}m}(kr_{i,n,<}) H_{\frac{1}{2}m}^{(1)}(kr_{i,n,>}),$$

avec

$$r_{i,n,<} = \begin{cases} \|\mathbf{x}_n\| & \text{si } \|\mathbf{x}_n\| < \|\mathbf{y}_i\| \\ \|\mathbf{y}_i\| & \text{si } \|\mathbf{x}_n\| > \|\mathbf{y}_i\| \end{cases},$$

$$r_{i,n,>} = \begin{cases} \|\mathbf{x}_n\| & \text{si } \|\mathbf{x}_n\| > \|\mathbf{y}_i\| \\ \|\mathbf{y}_i\| & \text{si } \|\mathbf{x}_n\| < \|\mathbf{y}_i\| \end{cases},$$

$$\epsilon_m = \begin{cases} 1 & \text{si } m = 1 \\ \frac{1}{2} & \text{sinon} \end{cases},$$

$$\phi_i = \cos^{-1}\left(\frac{y_i^{(1)}}{\|\mathbf{y}_i\|}\right),$$

$$\phi_n = \cos^{-1}\left(\frac{x_n^{(1)}}{\|\mathbf{x}_n\|}\right). \quad (4.2)$$

On note, $k = 2\pi f/c$ le nombre d'onde, J_m est la fonction de Bessel à l'ordre m , et enfin $H_m^{(1)}$ et $H_m^{(2)}$ sont respectivement les fonctions de Hankel de première et deuxième espèce à l'ordre m . Afin d'estimer la fonction de Green, on effectue alors la simulation de la propagation entre les points de focalisation et les microphones.

4.4.1 Simulation numérique de la propagation

Les paramètres de simulation utilisés sont les mêmes que ceux utilisés pour les cas du chapitre III ainsi que pour le cas précédent de la couche de cisaillement (voir Sec. 3.4.1). On rappelle que :

- $f_{\min} = 6000$ Hz, $f_{\max} = 12000$ Hz (fréquences minimale et maximale des signaux sources)
- $\Delta_f = 5$ Hz (discrétisation fréquentielle des signaux sources)
- $T = 1/\Delta_f = 0.2$ s (période des signaux)
- $\delta_x = 0.001$ m (discrétisation spatiale du maillage)
- $\Delta_t = 10^{-6}$ s (pas de temps de la simulation)

Le CFL est inférieur à 0.5 dans la zone utile de simulation, et celle-ci est effectuée sur une durée de deux périodes $2T = 0.4$ s. La figure 4.24 représente les champs normalisés de pression instantanée obtenus par simulation pour une source puis $N_s = 84$ sources émettant entre f_{\min} et f_{\max} .

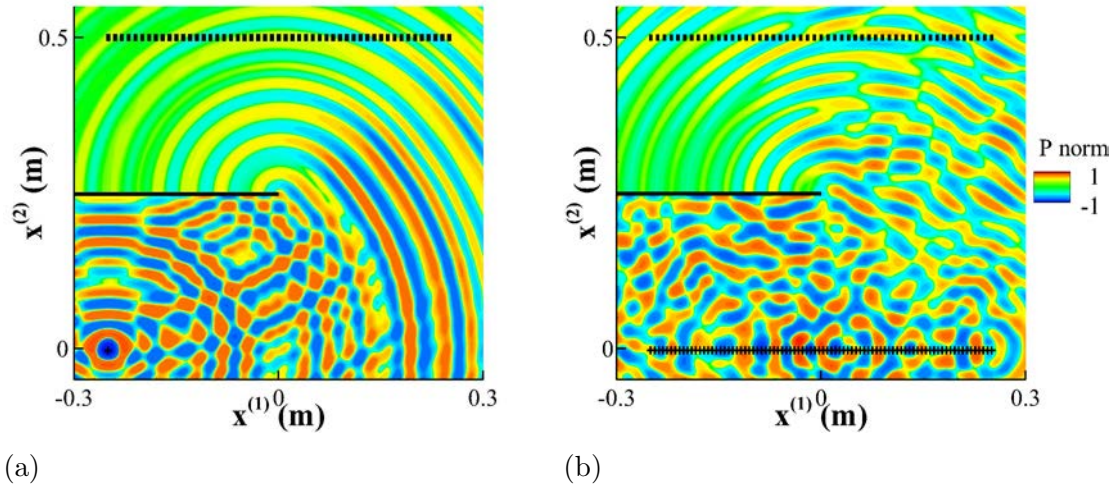


FIGURE 4.24 – Champ normalisé de pression instantanée obtenu par simulation numérique en présence d'une paroi semi-infinie par simulation pour une fréquence d'émission comprise entre $f_{\min} = 6000$ Hz et $f_{\max} = 12000$ Hz. (a) Calcul avec $N_s = 1$, (b) calcul avec $N_s = 84$. + Source, ■ microphone.

Pour le calcul mono-source, on observe clairement les effets de diffraction dus à la présence de la plaque. Le rayonnement observé côté microphones correspond à celui d'une

source équivalente située à l'extrémité de la plaque. On note également une importante zone d'ombre acoustique côté microphones derrière la plaque.

La convergence du calcul est atteinte au bout de 0.03 s sur les 0.2 s correspondant à la durée de la première période T . À titre de comparaison, c'est deux fois plus de temps que pour le cas du champ libre avec paramètres identiques (voir Sec. 3.4). On note que pour le calcul illustratif effectué avec $N_s = 1$, la convergence est atteinte au bout d'approximativement 0.006 s. On en déduit que pour calculer la fonction de Green entre chacun des points de focalisation et chaque microphone à partir de $N_s = 84$ calculs mono-source, le temps nécessaire serait environ $T = 1$ s (en comptant un coefficient de sécurité égal à 2 comme pour notre méthode). Pour ce cas aux dimensions encore très académiques, notre méthode permet ainsi une réduction du temps de simulation nécessaire supérieure à 2 par rapport à $N_s = 84$ simulation avec une seule source.

4.4.2 Estimation de la fonction de Green

La fonction de Green est ensuite estimée à partir la deuxième période de simulation en résolvant le problème Elastic-net pour chaque microphone. Comme pour les cas précédents, la contrainte λ_2 optimale calculée selon le critère AIC est $\lambda_2 = 10$. On notera que pour ce cas le nombre d'itérations l optimal (également calculé selon AIC) vaut en moyenne $l = 14300$ (contre $l = 14700$ pour les cas précédents).

Le module et la phase des transformées de Fourier des fonctions $g_{1,1}$, et $g_{42,25}$ estimées sont tracés Fig. (4.25). À titre de comparaison, la formulation analytique définie Eq. (4.2) est superposée. Les écarts moyen et maximum entre l'ensemble des fonctions de Green estimées et la formulation analytique sont indiqués dans Tab. (4.2).

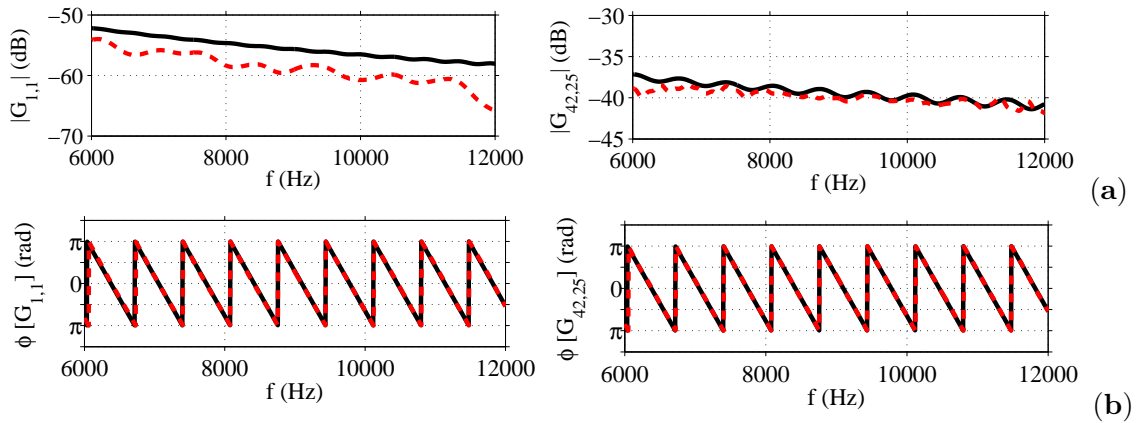


FIGURE 4.25 – Exemple de fonction de Green en 2D en présence d'une plaque semi-infinie entre le plan de focalisation et les microphones. (a) Module du Spectre, (b) phase du spectre. — Référence analytique, - - estimation.

Le module de la fonction $g_{1,1}$ estimée entre le point de focalisation 1 et le micro 1 possède un

	ϵ_{moy}	ϵ_{max}
$ G^{caa}(f) $	0.91 dB	9.00 dB
$\phi[G^{caa}(f)]$	0.29 rad	0.91 rad

TABLE 4.2 – Écart avec la fonction de Green analytique en module et en phase sur la bande $[f_{min}, f_{max}]$ pour l'ensemble des fonctions de Green estimées.

niveau plus faible que celui de la fonction analytique (écart moyen de -2 dB et maximal de -10 dB). La phase estimée présente, elle, un très bon accord avec la formulation analytique. Pour la fonction $g_{42,25}$, l'estimation présente un bon accord en module et phase avec la référence. On notera une légère sous estimation du module pour les fréquences proches de $f = 6000$ Hz (approximativement -1 dB). Afin d'expliquer cette différence, on peut remarquer que pour le microphone 1, la source 1 est la source la plus masquée par la plaque (voir Fig. (4.23)). La contribution de cette source au signal reçu par le microphone est ainsi plus faible et donc plus difficile à séparer que celles des autres sources. La fonction $G_{1,1}$ est par conséquent plus difficile à estimer. Pour l'ensemble des fonctions de Green, l'erreur moyenne observée de 0.91 dB en module et de 0.29 rad en phase. Ces erreurs peuvent être jugées satisfaisantes et du même ordre de grandeur que celles obtenues pour les cas précédents et que celles prévues par l'étude paramétrique du chapitre III.

4.4.3 Formation de voies

On exploite ensuite les transformées de Fourier des fonctions de Green estimées notées G^{caa} pour la formation de voies. On considère toujours une source ponctuelle harmonique de niveau RMS 1 Pa^2 située en un des N_s points de focalisation pour lesquels G^{caa} a été estimée. Les N_m spectres des signaux microphoniques notés $P_n(f)$ avec $n = (1, \dots, N_m)$ sont simulés analytiquement selon Eq. (3.22) avec G la fonction de Green analytique définie plus haut par Eq. (4.2). Ces spectres sont ensuite utilisés avec G^{caa} pour le calcul de l'opérateur $F^{\text{beam}}(G^{caa})$. On calcule également l'opérateur $F^{\text{beam}}(G)$ ainsi que $F^{\text{beam}}(G^{\text{cl}})$ ou G^{cl} est la fonction de Green champ libre donnée par Eq. (A.10). Les résultats obtenus sont tracés Fig. (4.26) pour une source ponctuelle harmonique positionnée successivement en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.172, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. On considère comme précédemment $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz.

Avec la fonction de Green champ libre G , la position du maximum est décalée d'approximativement 2 cm et le niveau mesuré est inférieur de 6 dB du niveau attendu pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. Pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.166, 0)$ m le maximum est obtenu en $(y_i^{(1)}, y_i^{(2)}) = (-0.08, 0)$ m et le niveau correspondant est de -15 dB, ceci pour les deux fréquences $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz. Cette fonction semble donc inadaptée pour ce cas.

Les résultats obtenus avec G^{caa} présentent un écart très faible avec ceux obtenus par la

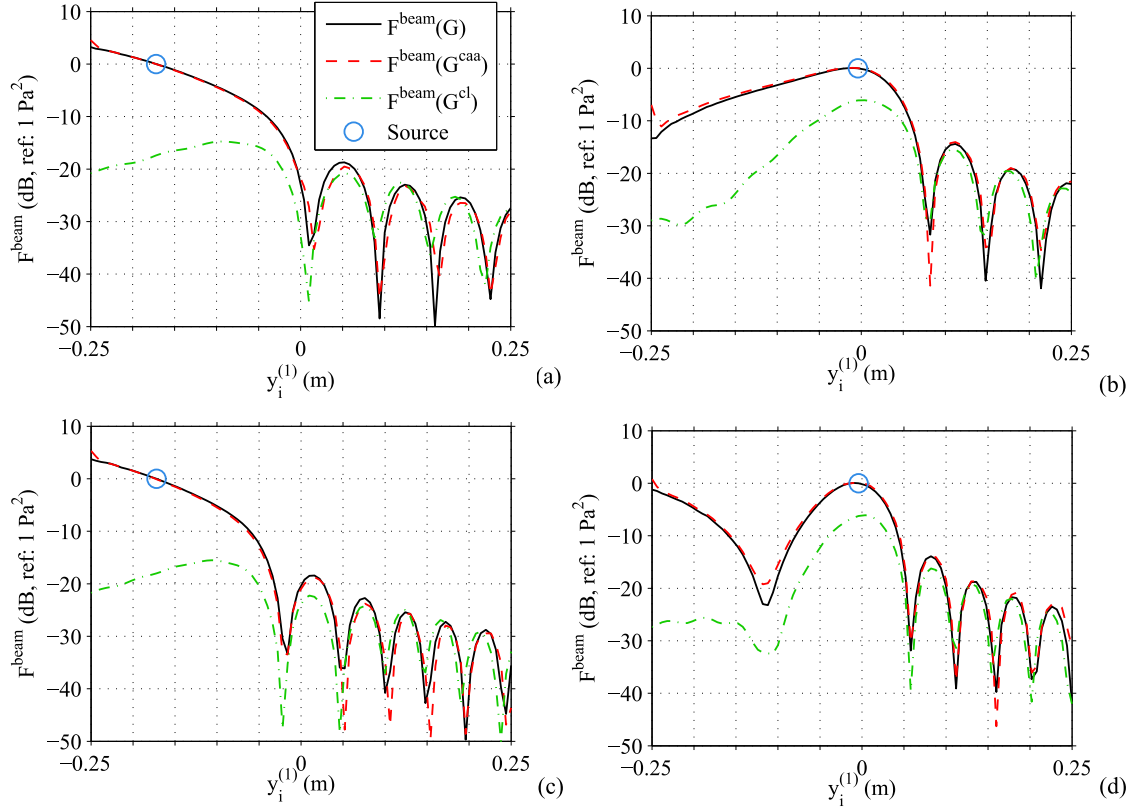


FIGURE 4.26 – Formation de voies pour le cas d'un milieu 2D avec paroi semi-infinie. Une source ponctuelle harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.172, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (a) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (b) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (d).

fonction de Green analytique G . Ceci indique que la fonction Green semble correctement estimée. On note ensuite que pour la position de source $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ et pour les deux fréquences traitées, le maximum obtenu est correctement positionné et son niveau correspond au niveau de la source.

Pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.166, 0) \text{ m}$, qui correspond à une source masquée par la plaque du point de vue de l'antenne, le niveau estimé à la position de source est exact mais le maximum est obtenu en $(y_i^{(1)}, y_i^{(2)}) = (-0.25, 0) \text{ m}$. Le lobe principal obtenu est, pour les deux fréquences considérées, très élargi par rapport à celui obtenu pour l'autre position considérée, et ceux obtenus pour les autres cas traités dans cette thèse. Cet élargissement indique une perte de sensibilité de la méthode dans cette région de source. On peut imaginer que, dans cette zone, une variation de la position de la source engendre une variation de la forme des signaux reçus par les microphones plus faible que lorsque la source n'est pas masquée. Ce phénomène a déjà été observé dans ce chapitre, lorsque une source est masquée par un disque rigide (voir Sec. 4.1.3).

Pour cette position, la méthode de formation de voies n'est pas opérationnelle, et ceci même lorsque la fonction de Green adaptée est connue. On cherche ensuite à juger plus globalement les résultats obtenus pour ce cas en considérant un ensemble de positions de sources et de fréquences d'émission différentes. La figure (4.27.a) représente la position de source estimée en fonction de la position de source pour $f_0 = 9000$ Hz. Pour cette même fréquence, on représente en Fig. (4.27.b) le niveau estimé en fonction de la position de source. Les figures (4.27.c) et (4.27.d) représentent respectivement la position et le niveau estimés en fonction de f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m.

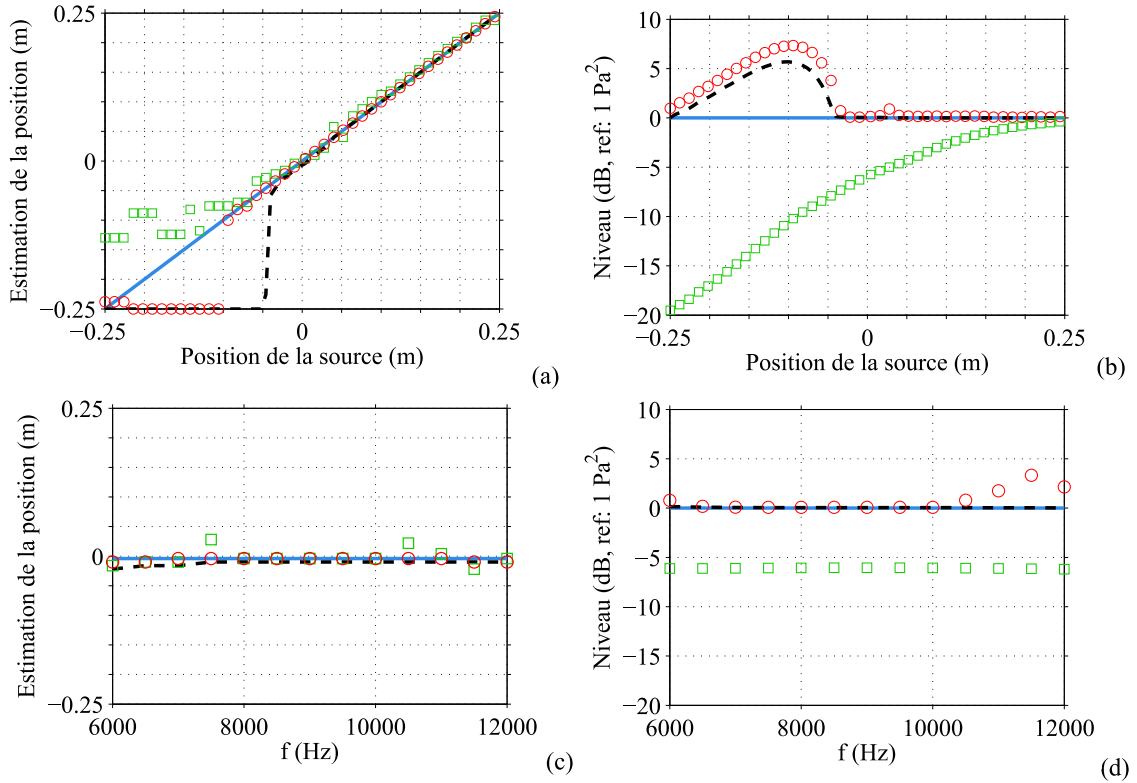


FIGURE 4.27 – Synthèse des résultats pour la formation de voies en 2D en présence d'une paroi semi-infinie entre la source et les microphones. Position (a) et niveau (b) du maximum en fonction de y_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position (c) et niveau (d) du maximum en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, - - avec fonction de Green analytique du milieu G , o avec fonction de Green estimée G^{caa} , □ avec fonction de Green analytique champ libre G^{cl} .

Les résultats obtenus confirment ce qui a été observé au paragraphe précédent. Pour $y_{i_0}^{(1)} \leq -0.05$ m, donc une source fortement masquée par la plaque, la position des maxima obtenus avec les fonctions de Green analytiques et estimées ne correspondent pas à la position de la source. Le niveau de ces maxima est en moyenne supérieur au niveau de la source. Les performances s'améliorent très nettement lorsque la source est moins masquée. Pour $y_{i_0}^{(1)} > -0.05$ m, les niveaux et positions estimées avec notre méthode sont

très proches de ceux de la source et de ceux obtenus avec la fonction de Green analytique. On notera cependant une légère surestimation du niveau pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ et $f_0 = 11500$ Hz (voir Fig. (4.27.d)).

Avec la fonction de Green champ libre, la position est correctement estimée pour $y_{i_0}^{(1)} > 0.00$ m mais le niveau est en moyenne sous-estimé. On notera que ce niveau tend à s'approcher du niveau réel lorsque qu'on éloigne la source de la plaque (voir Fig. (4.27.b)). En effet, en éloignant la source, on diminue l'influence de la plaque sur la propagation. Ainsi, les signaux reçus par les microphones tendent à se rapprocher de ceux obtenus dans le cas du champ libre.

On applique ensuite la méthode de déconvolution DAMAS. Son utilisation est particulièrement recommandée pour ce cas, où il existe certaines positions pour lesquelles la formation de voies n'est pas assez sensible. Les cas considérés sont identiques à ceux de la formation de voies. La figure (4.28) représente les résultats obtenus pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.172, 0)$ m et $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m avec $f_0 = 7500$ Hz et $f_0 = 10500$ Hz. On notera que pour ce cas, la convergence de la solution calculée par damas a nécessité en moyenne plus de 30000 itérations contre généralement 10000 pour les cas précédents.

Pour la position $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m, la position du maximum obtenu avec notre méthode correspond à la position de la source. Le niveau acoustique semble correctement estimé et étalé sur une zone d'approximativement 1 cm autour du maximum. Pour $f_0 = 10500$ Hz, on note la présence d'un pic résiduel en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.24, 0)$ m. Son niveau est cependant faible (inférieur à -10 dB). Pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.172, 0)$ m, c'est-à-dire lorsque la source est masquée par la plaque, le maximum obtenu est localisé à un ou deux points près de la position de la source. On rappelle que pour ce cas, le traitement par formation de voies ne permet pas la localisation de la source. Le niveau mesuré est cette fois réparti sur une région d'environ 5 cm entourant la source.

Cet étalement est également observé avec la fonction de Green analytique exacte (≈ 3 cm au lieu d'un seul point pour l'autre position de source considérée). On peut supposer que cet étalement provient des mêmes causes qui engendrent un élargissement des lobes principaux obtenus par formation de voies (voir plus haut le paragraphe sur la formation de voies).

On représente ensuite en Fig. (4.29.a) et Fig. (4.29.b) la position et le niveau intégré estimés en fonction de la position de la source pour $f_0 = 9000$ Hz. Les figures (4.29.c) et (4.29.d) représentent respectivement le niveau intégré et la position estimée en fonction de la fréquence d'émission pour source positionnée au centre en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m.

De manière globale, les résultats fournis par notre méthode sont très satisfaisants. La source est correctement localisée dans la quasi-intégralité des situations. Le niveau intégré estimé est également très proche du niveau de la source dans la plupart des cas. On remarquera juste, que, pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.18, 0)$ m et $f_0 = 9000$ Hz la position du maximum semble erronée (voir Fig. (4.29.a)). Pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.12, 0)$ m et $f_0 = 9000$ Hz, le niveau est sous-estimé de 2 dB.

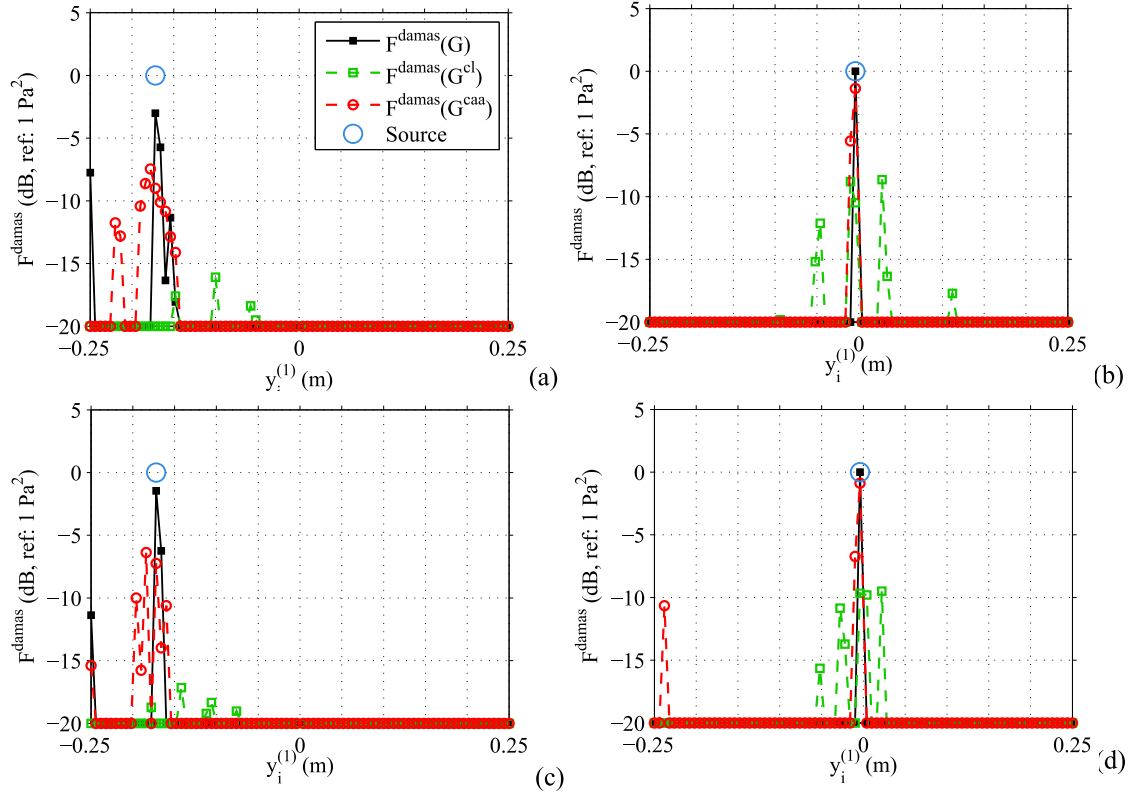


FIGURE 4.28 – Méthode DAMAS mise en œuvre pour le cas d'un milieu 2D en présence d'une plaque semi-infinie entre la source et les microphones. Une source harmonique de fréquence f_0 et de niveau RMS 1 Pa^2 est positionnée en \mathbf{y}_{i_0} . Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.172, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (a) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (c). Source en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0) \text{ m}$ avec $f_0 = 7500 \text{ Hz}$ (b) et avec $f_0 = 10500 \text{ Hz}$ (d).

Pour ce cas, l'application de la méthode DAMAS est essentielle. Le haut pouvoir de résolution spatiale offert par cette technique permet la localisation de source masquée impossible à détecter par formation de voies, et ceci même avec la connaissance d'une fonction de Green adaptée. On notera enfin que pour ce cas, l'utilisation de la fonction de Green champ libre conduit à des résultats très fortement erronés aussi bien en matière de localisation que de niveau calculé.

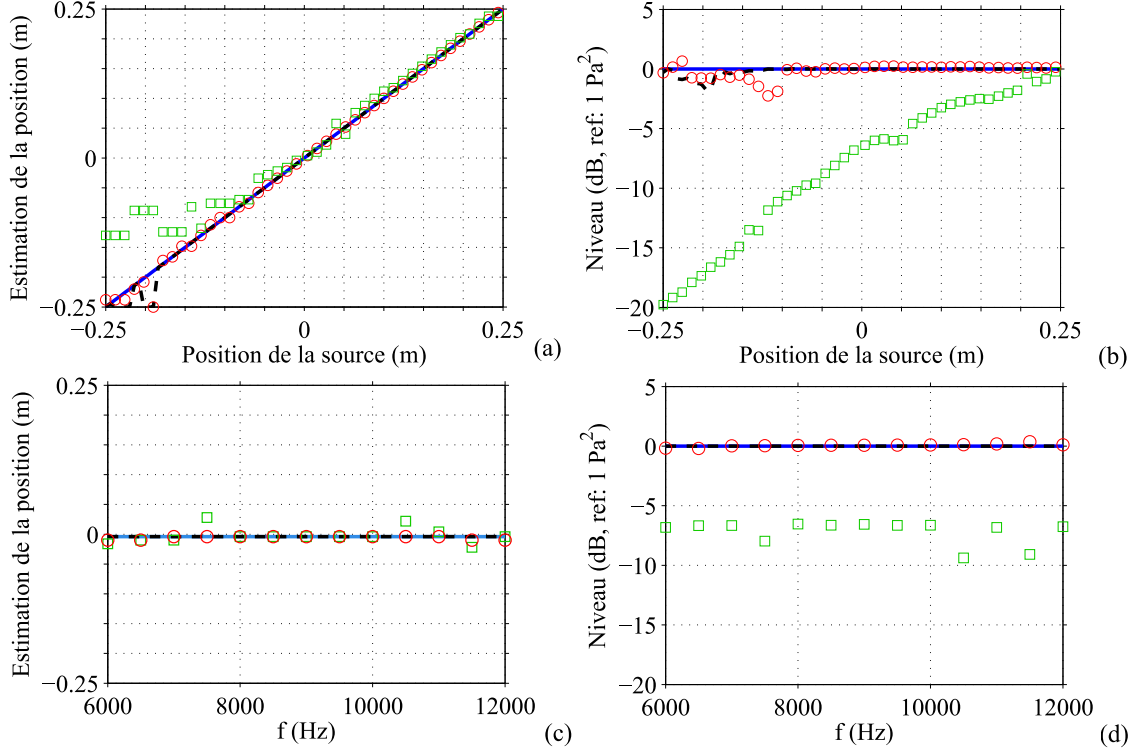


FIGURE 4.29 – Synthèse des résultats pour la méthode DAMAS en 2D en présence d'une plaque semi-infinie. Position du maximum (a) et niveau intégré autour du maximum (b) en fonction de \mathbf{y}_{i_0} pour $f_0 = 9000$ Hz. Position du maximum (c) et niveau intégré autour du maximum (d) en fonction f_0 pour $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.004, 0)$ m. — Référence, - - avec fonction de Green analytique G , \circ avec fonction de Green estimée G^{caa} , \square avec fonction de Green analytique champ libre G^{cl} .

Conclusion du chapitre

L'objet de ce chapitre était l'application de la méthode d'imagerie acoustique avec fonction de Green estimée à des cas pour lesquels l'imagerie avec fonction de Green champ libre est mise en défaut. Ainsi, divers objets rigides et divers écoulements plus ou moins complexes ont été pris en compte entre les sources et les microphones.

Pour certains des cas traités, il existe une formulation analytique de la fonction de Green, et les fonctions estimées avec notre méthode d'estimation présentent globalement un très bon accord en amplitude et en phase. On notera cependant que l'estimation est rendue plus difficile lorsque la contribution d'une source pour un microphone est plus faible que celles des autres sources. Pour nos cas, il s'agit généralement de zones d'ombre acoustique.

Les fonctions de Green estimées ont ensuite été utilisées pour la mise en œuvre de la formation de voies. Des signaux microphoniques correspondant à l'émission d'une source

dans le plan de focalisation ont été synthétisés analytiquement ou par simulation. De manière générale, notre méthode permet de mesurer avec précision le niveau et la position de la source considérée, ceci malgré la complexité du milieu de propagation. Pour les cas où une formulation analytique de la fonction de Green était connue, on note un très bon accord entre les courbes obtenues. Dans tous les cas présentés, la méthode classique de formation de voies avec fonction de Green champ libre ne permet de mesurer ni le niveau ni la position de la source. L'utilisation d'une fonction de Green adaptée au milieu de propagation fait toutefois apparaître de nouvelles questions, notamment celle du pouvoir de résolution de la formation de voies en milieu confiné. Il n'existe pour l'instant pas de méthode simple pour dimensionner une antenne dans ce type de cas.

La même procédure a ensuite été mise en œuvre avec la technique d'imagerie haute résolution DAMAS, qui permet notamment de déconvoluer la mesure de la réponse de l'antenne, et donc de mesurer plus précisément le niveau de la source. Les niveaux mesurés avec notre méthode sont, là aussi, très proches de celui de la source considérée. On note qu'en utilisant une fonction de Green analytique adaptée au milieu de propagation, le niveau acoustique de la source est concentré sur un ou deux points correspondant à la position de la source. Avec les fonctions de Green estimées, le niveau est cette fois réparti en moyenne sur 3 à 4 points autour de la source. On peut interpréter cet étalement comme provenant des erreurs d'estimation de la fonction de Green. Les résultats obtenus avec la fonction de Green champ libre sont quant à eux inexploitable, et l'écart avec notre méthode est encore plus marqué que pour la formation de voies. L'objectif à terme, est d'appliquer la méthode à des milieux guidés, et pour un plan de focalisation possédant un grand nombre de points, ainsi qu'à des signaux microphoniques expérimentaux.

Conclusions et perspectives

Le développement d'une méthodologie efficace pour déterminer une fonction de Green par simulation numérique de la propagation acoustique pour améliorer les techniques de formation de voies et de déconvolution en milieux complexes a été mené dans le cadre cette thèse et est présenté dans ce manuscrit.

Jusqu'à présent, pour calculer des fonctions de Green entre N_s points de focalisation et des microphones, N_s simulations étaient effectuées en plaçant une source omnidirectionnelle à l'endroit de chaque point de focalisation, ce qui est coûteux numériquement. L'originalité de la méthodologie proposée dans cette thèse réside dans le fait qu'un unique calcul de propagation est mené, l'estimation de la fonction de Green se faisant ensuite par la résolution de problèmes inverses basés sur les données de la simulation, ce qui est potentiellement moins coûteux. Toutefois, ces problèmes inverses sont mal posés en pratique ce qui rend leur résolution par une approche directe peu robuste. Des contraintes *physiques* sur la solution cherchée sont donc nécessaires pour améliorer le conditionnement du problème. En particulier, le caractère parcimonieux ou régulier de la fonction recherchée est introduit *via* des contraintes sur les normes L_1 et L_2 de la solution, respectivement. Le poids relatif de ces contraintes est déterminé automatiquement grâce au critère d'évaluation AIC. Dans le cadre de cette thèse, la simulation de la propagation acoustique est effectuée par le code *sAbrinA_v0* résolvant les équations d'Euler dans leur forme linéarisée.

L'ensemble de la méthodologie (estimation de la fonction de Green et identification acoustique) a été testé dans des milieux de propagation 2D, à savoir en champ libre, en présence d'une paroi rigide infinie, d'un disque et d'une demi-paroi. Pour la plupart de ces cas, l'effet d'un écoulement subsonique a été évalué, notamment en présence de cisaillement. L'estimation de la fonction de Green pour chacun de ces milieux ainsi que l'identification acoustique par formation de voies et déconvolution ont été comparées aux solutions obtenues à partir d'une fonction de Green analytique exacte ou approchée dans certains cas, mais relativement fiable. L'accord obtenu concernant la position de la source retrouvée et son niveau est généralement satisfaisant. Toutefois, dans le cas où la dynamique de la fonction de Green entre les différents points de focalisation est grande, notamment en présence du disque ou de la demi-paroi, les composantes temporelles les plus faibles de la fonction de Green sont imparfaitement retrouvées ce qui peut conduire à des imprécisions concernant l'identification acoustique, notamment en termes de niveau.

Ces premiers résultats montrent le réel potentiel de la méthode proposée pour améliorer l'imagerie acoustique en milieux complexes. Il reste toutefois encore à prouver l'efficacité de la méthode dans des cas industriels, notamment dans une turbomachine. Un travail d'optimisation informatique sera également nécessaire pour traiter un nombre plus important de points de focalisation ($N_s \approx 1000$). Par ailleurs, il reste à étudier le cas de points de focalisation en paroi. Une seconde thèse est actuellement en cours à l'Onera pour aborder ces différents points. On peut également imaginer appliquer la méthode proposée à d'autres domaines que l'aéroacoustique pour lesquels la connaissance de fonctions de Green adaptées est importante et difficile, comme en contrôle non destructif ou en imagerie thermique ou électromagnétique par exemple.

Annexe A

Annexes

A.1 Pouvoir de résolution temporel de la *solution mono-source*

Dans cette annexe, le pouvoir de résolution temporel de la solution préliminaire dite *solution mono-source* proposée Sec. 2.4.2 est étudié de manière théorique. Le pouvoir de résolution temporel correspond à l'écart minimale pour lequel on peut discerner deux composantes temporelles contigües de la fonction de Green estimée. L'équation (2.20) associée à la solution mono-source est réécrite en faisant apparaître explicitement la fonction de Green notée g et la fonction de Green estimée notée \hat{g} , elle prend alors la forme suivante

$$\hat{g}_{j,n}(\tau_q) = \frac{C_{s_j,s_j}(\tau_q)}{C_{s_j,s_j}(0)} * g_{j,n}(\tau_q) + \sum_{i \neq j=1}^{N_s} \frac{C_{s_i,s_j}(\tau_q)}{C_{s_j,s_j}(0)} * g_{i,n}(\tau_q). \quad (\text{A.1})$$

En faisant l'hypothèse de sources parfaitement décorréliées, c'est-à-dire $C_{s_i,s_j}(\tau_q) = 0$ pour $i \neq j$ et pour tout τ_q , l'équation précédente peut s'écrire

$$\hat{g}_{j,n}(\tau_q) = \frac{C_{s_j,s_j}(\tau_q)}{C_{s_j,s_j}(0)} * g_{j,n}(\tau_q). \quad (\text{A.2})$$

Pour estimer la fonction de Green par CAA, on se propose d'utiliser des signaux sources $s_j(t_k)$ ayant une énergie constante entre une fréquence minimale f_{\min} et une fréquence maximale f_{\max} (dépendant du besoin en matière de formation de voies). L'autocorrélation d'un tel type de signal est donnée par

$$C_{s_j,s_j}(\tau_q) = \frac{\sin(2\pi f_{\max}\tau_q)}{\pi\tau_q} - \frac{\sin(2\pi f_{\min}\tau_q)}{\pi\tau_q}. \quad (\text{A.3})$$

On peut réécrire cette équation sous la forme

$$C_{s_j,s_j}(\tau_q) = \frac{1}{\pi\tau_q} 2 \cos(\pi\tau_q(f_{\max} + f_{\min})) \sin(\pi\tau_q(f_{\max} - f_{\min})). \quad (\text{A.4})$$

Pour la solution considérée et une telle autocorrélation, le pouvoir de résolution τ_R est défini selon le critère de Rayleigh par l'expression suivante [104],

$$\tau_R = \frac{1}{f_{\max} - f_{\min}}. \quad (\text{A.5})$$

τ_R correspond au premier passage à zéro de la modulante $\sin(\pi\tau_q(f_{\max} - f_{\min}))$ de l'auto-corrélation $C_{s_j, s_j}(\tau_q)$. Ainsi, en calculant cette solution, il est impossible de discerner les deux composantes d'une fonction de Green dont l'écart en temps est inférieur à τ_R .

Un exemple simple est tracé Fig. (A.1). On considère une source émettant un signal $s_i(t_k)$ ayant une énergie constante entre $f_{\min} = 1000$ Hz et $f_{\max} = 2000$ Hz. Le signal $s_i(t_k)$ est construit selon l'expression suivante

$$s_i(t_k) = \sum_{m=N_{f_{\min}}}^{N_{f_{\max}}} \sin(2\pi m \Delta_f (k-1)t_k + \phi_m) \quad \forall k \in [1, N_t], \quad (\text{A.6})$$

avec t_k tel que $t_k = (k-1)\Delta_t$, où Δ_t est le pas d'échantillonnage temporel $\Delta_t = 5 \cdot 10^{-5}$ s, avec un nombre d'échantillons $N_t = 201$, un pas fréquentiel $\Delta_f = 1/T = 100$ Hz, $N_{f_{\min}} \Delta_f = 1000$ Hz et $N_{f_{\max}} \Delta_f = 2000$ Hz. Enfin, les phases ϕ_m sont tirées aléatoirement entre 0 et 2π . On calcule ensuite analytiquement un signal microphonique en convoluant le signal source et une fonction de Green synthétique selon Eq.(2.5). Dans un premier cas, la fonction de Green g considérée possède deux uniques composantes espacées dans d'un retard $\tau < \tau_R = 20\Delta_t$ telle que

$$g(\tau_q) = \delta(\tau_q - \tau_{10}) + \delta(\tau_q - \tau_{15}) \quad \forall q \in [1, N_t = 201], \quad (\text{A.7})$$

avec $\tau_{15} - \tau_{10} = 5\Delta_t < \tau_R$. Dans un deuxième cas, le retard τ entre les deux composantes est $\tau = \tau_R = 20\Delta_t$ et la fonction de Green est donné par

$$g(\tau_q) = \delta(\tau_q - \tau_{10}) + \delta(\tau_q - \tau_{30}) \quad \forall q \in [1, N_t = 201]. \quad (\text{A.8})$$

La *solution mono-source* est ensuite calculée pour ces deux cas.

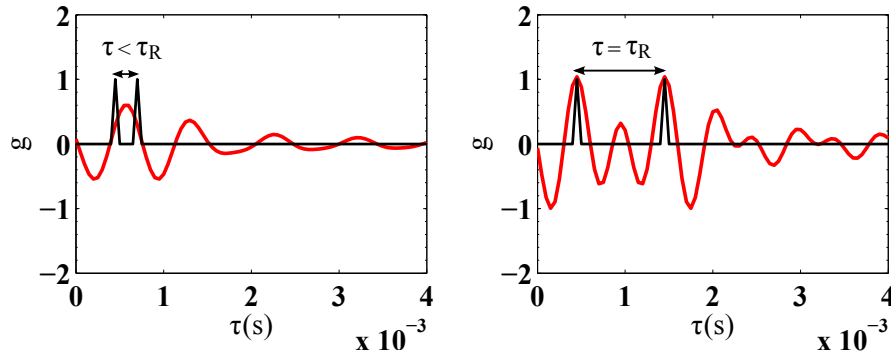


FIGURE A.1 – Exemple de solution mono-source pour l'estimation d'une fonction de Green synthétique à deux composantes entre une source et un microphone. Le signal source possède une énergie constante entre $f_{\min} = 1000$ Hz et $f_{\max} = 2000$ Hz. (a) Retard entre les composantes de la fonction de Green $\tau < \tau_R$. (b) retard entre les composantes de la fonction de Green $\tau = \tau_R$. - Référence, - solution mono-source.

Conformément au critère de Rayleigh, lorsque $\tau < \tau_R$, la solution obtenue rend impossible la discernement des deux composantes de la fonction de Green. Pour $\tau = \tau_R$, on note deux maxima dont les valeurs et les positions correspondent aux deux composantes de la fonction de Green.

A.2 Validation du calcul de propagation en champ libre 2D par Sabrina-v0.

Afin de valider les différents paramètres ainsi que le maillage choisi pour le cas de validation présenté Sec. 3.4, on réalise un calcul avec une seule source harmonique à la fréquence $f_0 = f_{\min}$ puis $f_0 = f_{\max}$. Le signal source utilisé est de la forme $s_i(t_k) = \sin(2\pi f_0 t_k + \phi)$. La source est positionnée en $(y_{i_0}^{(1)}, y_{i_0}^{(2)}) = (-0.22, -0.25)$ m. On représente ci-dessous le champ normalisé de pression instantanée obtenu sur l'ensemble de la zone utile pour $f_0 = f_{\min}$ et $f_0 = f_{\max}$.

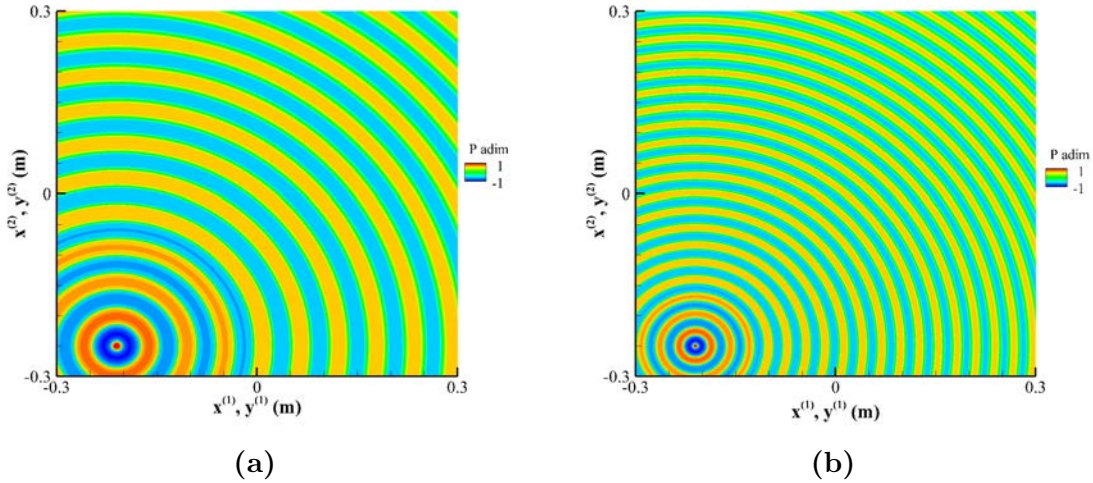


FIGURE A.2 – Champ normalisé de pression instantanée obtenu par simulation correspondant à la propagation en champ libre 2D d'un monopole harmonique de signal $s_i(t) = \sin(2\pi f_0 t)$. (a) Avec $f_0 = f_{\min} = 6000$ Hz, (b) avec $f_0 = f_{\max} = 12000$ Hz.

Afin de valider les simulations effectuées, une comparaison avec un résultat calculé à l'aide de la fonction de Green analytique en champ libre à deux dimensions est effectuée. Pour un point source en \mathbf{y}_i avec $i = i_0$ et un microphone en \mathbf{x}_n , cette fonction est définie dans le domaine temporel par

$$g_{i,n}(t) = \frac{1}{2\pi c} \frac{H(ct - R_{i,n})}{\sqrt{c^2 t^2 - R_{i,n}^2}}, \quad (\text{A.9})$$

et dans le domaine fréquentiel par,

$$G_{i,n}(f) = \frac{i}{4} H_0^2(kR_{i,n}), \quad (\text{A.10})$$

avec $k = 2\pi f/c$, c la célérité des ondes acoustiques, $R_{i,n}$ la distance source-microphone définie au chapitre I en Sec. 1.1.1. H désigne la fonction de Heaviside, et H_0^2 la fonction de Hankel du deuxième type à l'ordre 0. La figure suivante représente la pression RMS (Root Mean Square) tracée le long d'une ligne $x^{(2)} = y_{i_0}^{(2)}$ passant par la source pour $f_0 = f_{\min}$ et $f_0 = f_{\max}$.

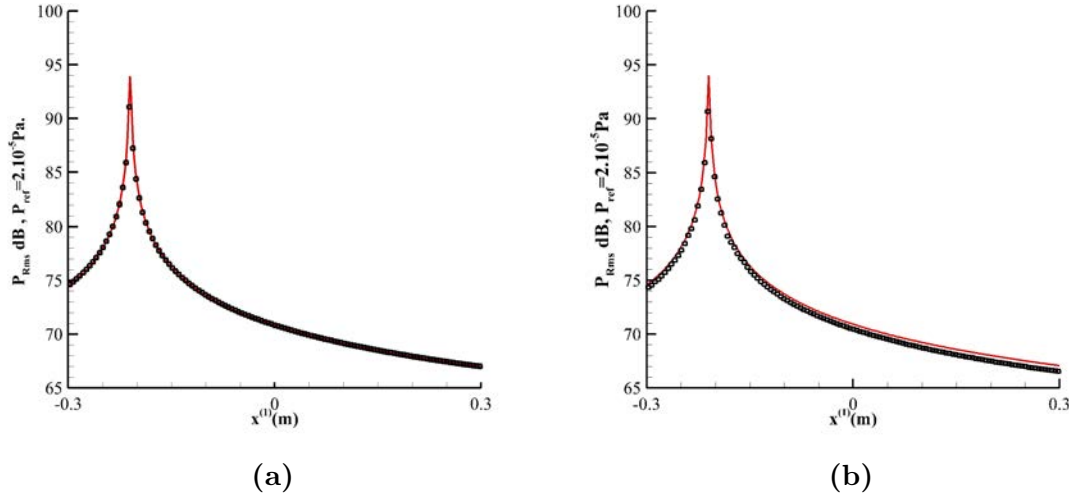


FIGURE A.3 – Pression RMS tracée le long d'une ligne passant par la source, définie par $x^{(2)} = y_{i_0}^{(2)}$. \bullet Simulation numérique $f_0 = 6000\text{Hz}$, $-$ Formulation analytique. (a) $f_0 = f_{\min} = 6000\text{ Hz}$, (b) $f_0 = f_{\max} = 12000\text{ Hz}$

Les résultats présentent globalement un bon accord avec la solution analytique. On notera cependant que le niveau simulé à la position de la source est plus faible que le niveau fourni par la solution analytique. Cela est dû au fait que la source utilisée dans la simulation est une source de forme gaussienne et non pas une source parfaitement ponctuelle. Le niveau rayonné à distance de la source est cependant équivalent. On notera aussi une décroissance du niveau légèrement plus forte avec la simulation pour $f_0 = f_{\max}$. Cela est dû aux effets de dissipation par les schémas numériques, dont l'importance est inversement proportionnel à la taille des longueurs d'onde propagées. En bordure de la zone utile, la différence entre le niveau réel et le niveau simulé est de l'ordre de 0.2 dB. L'importance de ces deux effets peut cependant être considéré comme négligeable, et la précision de la méthode numérique comme très satisfaisante. Ainsi, on a validé la méthode de simulation numérique pour les fréquences minimale et maximale de la bande d'intérêt.

Bibliographie

- [1] L. Leylekian, M. Lebrun, and P. Lempereur. An overview of aircraft noise reduction technologies. *Aerospacelab journal*, 7, 2014.
- [2] C. Polacsek, R. Barrier, M. Kohlhaas, T. Carolus, P. Kausche, A. Moreau, and F. Kennepohl. Turbofan interaction noise reduction using trailing edge blowing : Numerical design and assessment and comparison with experiments. *Aerospacelab journal*, 7, 2014.
- [3] D. Maynard, E. G. Williams, and Y. Lee. Nearfield acoustic holography : I. theory of generalized holography and the development of nah. *J. Acoust. Soc. Am.*, 78(4) :1395–1411, 1985.
- [4] W. A. Veronesi and D. Maynard. Nearfield acoustic holography : Ii. holographic reconstruction algorithms and computer implementation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 81(5) :1307–1322, 1987.
- [5] P. T. Soderman and S. C. Noble. Directional microphone array for acoustic studies of wind tunnel models. *J. Aircraft*, 12 :168–173, 1975.
- [6] J. Billingsley and R. Kinns. The acoustic telescope. *Journal of Sound and Vibration*, 48 :485–510, 1976.
- [7] T.F. Brooks and W.M. Humphreys. A deconvolution approach for the mapping of acoustic sources (damas) determined from phased microphone arrays. *Journal of sound and vibrations*, 294(1) :856–879, 2005.
- [8] D. Blacodon and G. Elias. Level estimation of extended acoustic sources using a parametric method. *AIAA Journal*, 41(6) :1360–1369, 2004.
- [9] K. Ehrenfried and L. Koop. A comparison of iterative deconvolution algorithms for the mapping of acoustic sources. *12th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Cambridge, Massachusetts (USA), AIAA Paper-2006-2711*, 2003.
- [10] S. Oerlemans and P. Sijtsma. Determination of absolute levels from phased array measurements using spatial source coherence. *8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference and Exhibit, Breckenridge, Colorado, AIAA Paper 2002-2464*, 2002.
- [11] J. D. Revell, H. L. Kuntz, F. J. Balena, B. L. Storms, and R. P. Dougherty. Trailing-edge flap noise reduction by porous acoustic treatment. *3rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Atlanta, GA (USA), AIAA Paper 99-1646*, 1997.

- [12] W. Dobrzynski and H. Buchholz. Full-scale noise testing on airbus landing gears in the german dutch wind tunnel. *3rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Atlanta, GA (USA), AIAA Paper 97-1597*, 1997.
- [13] H. A. Siller, U. Michel, and F. Arnold. Investigation of aero-engine core-noise using a phased microphone array. *Collection of Technical Papers, AIAA Paper-2001-2269*, 2, 2001.
- [14] J.-F. Piet and G. Élias. Airframe noise source localization using a microphone array. *3rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Atlanta, GA (USA), 12-14 May 1997*.
- [15] J. A. Hayes, W. C. Horne, P. T. Soderman, and P.H. Bent. Airframe noise characteristics of a 4.7 percent scale DC-10 model. *3rd AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Atlanta, GA (USA), 12-14 May 1997*.
- [16] V. Fleury and P. Malbécui. Slat noise assessment from A340 flyover acoustic measurements with a microphone phased array. *4TH BERLIN BEAMFORMING CONFERENCE*, pages BeBeC-2012-02, 2012.
- [17] V. Fleury and J. Bulté. Extension of deconvolution algorithms for the mapping of moving acoustic sources. *J. Acoust. Soc. Am.*, 129(3) :1417–1428, 2011.
- [18] S. Guidati, G. Guidati, and S. Wagner. Beamforming in a reverberating environment with the use of measured steering vectors. *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Maastricht, Netherland, AIAA Paper 2001-2166*, 2001.
- [19] S. Guidati, C. Brauer, and S. Wagner. The reflection canceller-phased array measurements in a reverberating environment. *8th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Breckenridge, Colorado, USA, AIAA Paper 2002-2462*, 2002.
- [20] V. Fleury and R. Davy. Beamforming-based noise level measurements in hard-wall closed-section wind tunnels. *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference), Colorado Springs, USA, AIAA Paper 2012-2226*, 2012.
- [21] P. Sijtsma and H. Holthusen. Correction for mirror sources in phased array processing techniques. *9th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Hilton Head, South Carolina, USA, AIAA Paper 2003-3196*, 2003.
- [22] W.M Humphreys, T.F. Brooks, W.W. Hunter, and K.R. Meadows. Design and use of microphone directional arrays for aeroacoustics measurements. *In 36th Aerospace Sciences Meeting Exhibit, Reno NV., AIAA Paper 1998-0471*, 1998.
- [23] C. Bahr, N. Zawodny, T. Yardibi, F. Liu, D. Wetzel, B. Bertolucci, and L. Cattafesta. Shear layer correction validation using a non-intrusive acoustic point source. *16th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Stockholm, Sweden, AIAA Paper 2010-3735*, 2010.
- [24] T. Le Garrec, D. Mincu, S. Redonnet, and E. Martin. Propagation en aval du bruit de soufflante de turbofan installé sous voilure en flèche. *Rapport technique Onera, (BD/046/10/DSNA)*, 2010.

- [25] M. Bruneau. Manuel d'acoustique fondamentale. *Hermes Science*, 2001.
- [26] J. Fisher, V. Valeau, and L.E. Brizzi. Beamforming of aeroacoustic sources in the time domain. *Proceedings of Internoise 2014 conference, Melbourne, Australia, 16-19 November*, 2014.
- [27] M. Kearney-Fischer, A. Sinha, and M. Samim. Intermittent nature of subsonic jet noise. *AIAA Journal*, 51(5) :1142–1155, 2013.
- [28] G. Elias. Experimental techniques for source location. *VKI lectures*, pages 407–499, 2001.
- [29] P. C. Hansen. Rank-deficient and discrete ill-posed problems : Numerical aspects of linear inversion. *BIT*, 17 :134–145, 1977.
- [30] R. Courant and D. Hilbert. The calculus of variations. *Methods of Mathematical Physics, Interscience Publishers*, 24 :164–274, 1953.
- [31] A. F. Bela, S. Srivastava, and M. R. Gupta. An introduction to functional derivatives. *UWEE Tech Report, Department of Electrical Engineering at the University of Washington*, 2008.
- [32] W. Rudin. Analyse réelle et complexe. *Masson*, 1977.
- [33] T. Padois. Localisation de sources acoustique en soufflerie anéchoïque par deux techniques d'antennerie : formation de voies et retournement temporel numérique. *Thèse de doctorat de l'université de Poitiers*, 2011.
- [34] R. P. Dougherty. Spiral-shaped array for broadband imaging. *Pat. US 5,838,284*, 1998.
- [35] J. R. Underbrinks. Circularly symmetric, zero redundancy, planar array having broad frequency range applications. *Pat. US 6,205,224 B1*, 2001.
- [36] J.J. Christensen and J. Hald. Beamforming array of transducers. *Pat. US 7,098,865 B2*, 2006.
- [37] E.J.G. Arcondoulis and C.J. Doolan. Design and calibration of a small aeroacoustic beamformer. *Proceedings of the 20th International Congress on Acoustics, Sydney, Australia, 23–27 August*, 2010.
- [38] Z. Prime and C.J. Doolan. A comparison of popular beamforming arrays. *Proceedings of ACOUSTICS 2013, Victor Harbor, Australia, 17–20 November*.
- [39] T. Padois. Beamforming in acoustic testing. "Beamforming in Acoustic Testing", *In Aeroacoustic Measurements. Springer-Verlag*, pages 62–67, 2002.
- [40] B.R. Hunt. Application of constrained least squares estimation to image restoration by computer. *IEEE Transactions on Computing*, C-22 :805–812, 1973.
- [41] Y.S. Shim and Z.H. Cho. SVD pseudoinverse image reconstruction. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, Signal Processing*, ASSP-29 :904–909, 1973.
- [42] H. P. Baltes. Inverse source problems in optics. *H.P. (Ed.)*, 1978.

- [43] T. Yardibi, J. Li, P. Stoica, and L.N. Cattafesta. Sparsity constrained deconvolution approaches for acoustic source mapping. *J. Acoust. Soc. Am*, 123(2631) :42–53, 2008.
- [44] P. Sijtsma. Clean based on spatial source coherence. In *13th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference , Rome, italia, AIAA Paper 2007-3436*, 2007.
- [45] T. Yardibi, N. Zawodny, C. Bahr, F. Liu, L. Cattafesta, , and J. Li. Comparison of microphone array processing techniques for aeroacoustic measurements. *International Journal of Aeroacoustics*, 9(6) :733–762, 2010.
- [46] Z. Chu and Y. Yang. Comparison of deconvolution methods for the visualization of acoustic sources based on cross-spectral imaging function beamforming. *Mechanical system and signal processing*, 48(1-2, p404-422), 2014.
- [47] P. Bandzuk, M. Mohrac, and J. Kristiak. Study of the Van Cittert and gold iterative methods of deconvolution and their application in the deconvolution of experimental spectra of positron annihilation. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A*, 387 :506–511, 1997.
- [48] J. B. Allen and D. A. Berkley. Image method for efficiently simulating small-room acoustics. *J. Acoust. Soc. Am*, 65(4) :943–950, 1979.
- [49] J.J. Bowman and T. B. A. Senior. Acoustic and electromagnetic scattering by simple shapes. *Hemisphere*, 1987.
- [50] G. M. Lilley. On the noise from jets, noise mechanisms. Technical report, AGARD-CP-131, 1974.
- [51] R. K. Amiet. Refraction of sound by a shear layer. *J. of Sound and Vib*, 58 :467–482, 1978.
- [52] K. Taylor. A transformation of the acoustic equation with implications for wind-tunnel and low-speed flight tests. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 363, 1713 :271–281, 1978.
- [53] M. K. Myers. On the acoustic boundary condition in the presence of flow. *Journal of sound and vibration*, 71(3) :429–434, 1980.
- [54] D. Casalino, M. Roger, and M. Jacob. Prediction of sound propagation in ducted potential flows using Green’s function discretisation. *AIAA journal*, 42(4), 2004.
- [55] M. E. Goldstein. Aeroacoustics. *McGraw-Hill, New York*, 1976.
- [56] S. J. Rienstra. Acoustic radiation from a semi-infinite annular duct in a uniform subsonic mean flow. *Journal of Sound and Vibration*, 94(2) :267–288, 1984.
- [57] S. J. Rienstra. Sound transmission in a slowly varying circular and annular lined ducts with flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 380 :279–296, 1999.
- [58] S. J. Rienstra and B. J. Tester. An analytic Green’s function for a lined circular duct containing uniform mean flow,. *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Monterey, USA, AIAA Paper 2005-2020*, 2005.

- [59] P. Sijtsma. Green's functions for in-duct beamforming applications. In *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference), Colorado Springs, CO, USA 4-6 June, AIAA Paper 2012-2248*, 2012.
- [60] P. Sijtsma. Circular harmonic beamforming with multiple rings of microphones. In *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference), Colorado Springs, USA, AIAA Paper 2012-2224*, 2012.
- [61] R. P. Dougherty and B. E. Walker. Virtual rotating microphone imaging of broadband fan noise. In *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference), Miami, FL, USA 11-13 May, AIAA Paper 2009-3121*, 2009.
- [62] J.J. Bowman and T. B. A. Senior. Acoustic and electromagnetic scattering by simple shapes. *Hemisphere*, page 533, 1987.
- [63] J.J. Bowman and T. B. A. Senior. Acoustic and electromagnetic scattering by simple shapes. *Hemisphere*, page 52, 1987.
- [64] J.J. Bowman and T. B. A. Senior. Acoustic and electromagnetic scattering by simple shapes. *Hemisphere*, page 15, 1987.
- [65] J.J. Bowman and T. B. A. Senior. Acoustic and electromagnetic scattering by simple shapes. *Hemisphere*, page 522, 1987.
- [66] J.J. Bowman and T. B. A. Senior. Acoustic and electromagnetic scattering by simple shapes. *Hemisphere*, page 53, 1987.
- [67] P. Malbéqui, Y. Delrieux, and S. Canard-Caruana. Wind tunnel study of 3d sound propagation in présence of a hill and of a wind gradient. In *Internoise 93, Louvain, August 24-26*, 1993.
- [68] L. Koop and K. Ehrenfried. Investigation of the systematic phase mismatch in microphone-array analysis. In *11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, AIAA paper 2005-2962*, 2005.
- [69] S. Kroeber, K. Ehrenfried, L. Koop, and A. Lauterbach. In flow calibration approach for improving beamforming accuracy. In *Berlin Beamforming Conférence, 24-25 February*, 2010.
- [70] V. Fleury, R. Davy, and F. Mery. Beamforming-based noise level dereverberation solution for slma sonic wind-tunnel : metrology, methodology and validation. In *21th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Dallas, USA, AIAA paper*, 2015.
- [71] S. S. Rossignol, M. Lummer, and J. Delfs. Validation of dlr's sound shielding prediction tool using a novel sound source. In *19th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Miami, USA, AIAA Paper 2009-3329*, 2009.
- [72] O. Kornow. CAA simulation of refraction of sound waves on planar wind tunnel test section with its experimental verification. In *XNoise, Bucharest , Romania*, 2009.
- [73] D. Casalino, M. Roger, and M. Jacob. Rocket noise sources localization through a tailored beam-forming technique. *AIAA journal*, 42(10) :2146–2158, 2004.

- [74] M. Kern. Problèmes inverses. *INRIA Rocquencourt, notes de cours*, page 10, 2003.
- [75] A. Tarantola. Inverse problem theory. *Society for Industrial and Applied Mathematics*, page 86, 2004.
- [76] C. Polacsek, G. Desquesnes, and G. Reboul. An equivalent-source model for simulating noise generation in turbofan engines. *J. of Sound and Vib*, 323 :697–717, 2009.
- [77] Redonnet, S., Desquesnes, G., Manoha, E., and C. Parzini. Numerical study of acoustic installation effects with a computational aeroacoustics method. 48(5) :929–937, 2010.
- [78] G. Reboul and C. Polacsek. Towards numerical simulation of fan broadband noise aft radiation from aero-engines. 48(9) :2038–2048, 2010.
- [79] S. Redonnet and Y. Druon. Computational aeroacoustics of realistic co-axial engines. 50(5) :1029–1046, 2012.
- [80] C.K.W. Tam and J.C. Webb. Dispersion-Relation-Preserving finite difference schemes for computational acoustics. 107 :262–281, 1993.
- [81] S. Redonnet, E. Manoha, and P. Sagaut. Numerical simulation of propagation of small perturbations interacting with flows and solid bodies. In *7th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Maastricht, Netherlands, 2001-2223, 28-29 May, 2001.*, 2001.
- [82] S. Redonnet. *Simulation de la propagation acoustique en présence d'écoulements quelconques et de structures solides, par résolution numérique des équations d'Euler*. PhD thesis, Université Bordeaux I, 2001.
- [83] M.S. Terracol, E. Manoha, C. Herrero, E. Labourasse, S. Redonnet, and P. Sagaut. Hybrid method for airframe noise numerical prediction. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, 19 :197–227, 2005.
- [84] M. Escoufflaire and S. Redonnet. Numerical prediction of absorbing materials via computational aeroacoustics. *Société Française d'Acoustique. Acoustics 2012, Apr 2012, Nantes, France*.
- [85] M. Escoufflaire. *Theoretical and Numerical Investigation of Time-Domain Impedance Models for Computational AeroAcoustics*. PhD thesis, Université du Maine, 2014.
- [86] G. Delattre. *Impédance de paroi des matériaux à réaction localisée*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie Paris VI, 2009.
- [87] J. Schoukens, R. Pintelon, E. Van Der Oudeera, and J. Renneboog. Survey of excitation signals for FFT based analyzers. *IEEE Transactions on instrumentation and measurement*, 37(3) :344–351, 1988.
- [88] E.O Brigham. The fast fourier transform. *Prentice-Hall*, 1974.
- [89] S. Butterworth. On the theory of filter amplifiers. *Wireless Engineer*, 7(3) :536–541, 1930.

- [90] S. S. Chen, D. L. Donoho, and M. A. Saunders. Atomic decomposition by basis pursuit. *SIAM Journal on Scientific Computing*, 43(1) :129–159, 1998.
- [91] R. Tibshirani. Regression shrinkage and selection via the lasso. *J. Royal. Statist. Soc B.*, 58(1) :267–288, 1996.
- [92] T. Hastie, R. Tibshirani, and J. H. Friedman. The elements of statistical learning. *Springer-Verlag*, page 68, 2009.
- [93] A. N. Tikhonov. Solution of incorrectly formulated problems and the regularization method. *Soviet Math, Dokl*, 4 :1035–1038, 1963.
- [94] H. Zou and T. Hastie. Regularization and variable selection via the elastic net. *J. Royal. Statist. Soc B.*, 67(2) :301–320, 2005.
- [95] B. Efron, T. Hastie, I. Johnstone, and R. Tibshirani. Least angle regression. *Annals of Statistics*, 32(2) :407–499, 2004.
- [96] H. Akaike. Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. *Second International Symposium on Information Theory*, pages 267–281, 1973.
- [97] H. Akaike. A new look at the statistical model identification. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19(6) :716–723, 1974.
- [98] H. Zou. Some perspectives of sparse statistical modeling. *Ph'd Dissertation*, page 88, 2005.
- [99] H. Zou. Some perspectives of sparse statistical modeling. *Ph'd Dissertation*, page 67, 2005.
- [100] K. Hirose, S. Tateishi, and S. Konishi. Efficient algorithm to select tuning parameters in sparse regression modeling with regularization. *arXiv :1109.2411*, page 4, 2012.
- [101] T. Hastie, R. Tibshirani, and J. H. Friedman. The elements of statistical learning. *Springer-Verlag*, page 219, 2009.
- [102] C. Seror. Simulation des grandes échelles pour la prédiction du bruit des écoulements turbulents. *Thèse de doctorat de l'université Paris-Orsay*, 2000.
- [103] S. Candel, A. Guedel, and A. Julien. Résultats préliminaires sur la diffusion d'une onde acoustique par écoulement turbulent. *Journal de Physique*, 37 :153–160, 1976.
- [104] J. L. Lacoume. Mesure de retard : de l'acoustique sous-marine à la tomographie acoustique océanique. *Traitement Du Signal*, 24 :247–257, 2007.

